Livret de Maths

2de

L'outil de suivi pour réussir son année

- Faire le point tout au long de l'année
- Cibler les notions à travailler
- Une banque d'exercices supplémentaires avec Sésamath
- Préparer son choix d'orientation en 1re

Le numérique avec Sésamath

MAGNARD

Livret de Maths 2de

Blandine Bourlet

Fatima Estevens

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Années 20........ – 20..........

Cette version spécimen contient les corrigés pour les professeurs.

MAGNARD

Sommaire

Colorie en vert un exercice réussi, en rouge sinon.

1	2	3
☐	☐	☐

Fais le point avec ton professeur pour cibler les notions à retravailler.

Fonctions

Statistiques et probabilités

Préparer son choix d'orientation en 1re

Voie générale

Voie technologique

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Nombres et calculs

- À quoi correspond l'ensemble $\mathbb{Q}$?
- À quel intervalle appartient x, si $-4 < x \leqslant 2$?

➜ Fiches 1 et 2

Nombres et calculs

- Quelle est la définition de la valeur absolue d'un nombre ?
- À quel intervalle appartiennent les nombres réels x tels que $|x-1| \geqslant 3$?

➜ Fiche 3

Nombres et calculs

- Comment encadrer un nombre à 10^{-1} près ?
- Quel est le résultat de $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$?

➜ Fiches 4 et 5

Nombres et calculs

- Quel est le résultat de $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$?
- Simplifier ces calculs.
  • $2^n \times 2^p$ • $(2^n)^p$ • $2^n \times 3^n$

➜ Fiches 6 et 7

Nombres et calculs

- Comment traduire qu'un nombre est un multiple de 4 ?
- Comment rendre une fraction irréductible ?

➜ Fiches 8, 9 et 10

Nombres et calculs

- Développer $(3x+5)^2$.
- Factoriser $(2x-5)^2 - 16$.

➜ Fiches 11 et 12

Nombres et calculs

- L'équation $4x+10=-2x+6$ a-t-elle pour solution $x=-9$?
- Résoudre l'équation $(-2x+3)(x+7)=0$.

➜ Fiches 13 et 14

Nombres et calculs

- Dans quels cas doit-on changer le sens d'une inégalité lors de la résolution d'une inéquation ?
- -1 est-il solution de $(x+6)(-2x+4) > 0$?

➜ Fiches 15 et 16

Complète ensuite la fiche correspondante

Version interactive corrigée
www.lienmini.fr/6702-00

Géométrie

- Dans un parallélogramme ABCD, quelle est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$?
- Dans un parallélogramme ABCD, quel vecteur représente la somme $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$?

➜ Fiches 19 et 20

Géométrie

- Un vecteur $\vec{u}$ étant donné, comment construit-on le vecteur $-2\vec{u}$?

➜ Fiche 21

Géométrie

Dans un repère, soit les points $A(-3\,;2)$, $B(1\,;-4)$ et $C(3\,;2)$.
Quelles sont les coordonnées de :

- $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$?
- K, milieu de $[AB]$?

➜ Fiches 22, 23 et 24

Géométrie

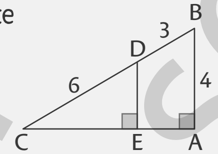
Dans un repère orthonormé, soit les points $A(-3\,;2)$, $B(1\,;-4)$ et $C(3\,;-7)$.

- Calculer AB.
- Les points A, B, C sont-ils alignés ?

➜ Fiche 25 et 26

Géométrie

- Calculer la distance du point D à la droite (AC).
- Déterminer $\cos(\widehat{BCA})$.



➜ Fiches 27, 28 et 29

Géométrie

- Si je roule à $35\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ sur l'autoroute par temps sec, suis-je en infraction ?

➜ Fiche 30

Géométrie

- Les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $4x-5y-13=0$ et $y=-3x+4$ sont-elles parallèles ?
- Le point $A(2\,;-1)$ est-il leur point d'intersection ?

➜ Fiches 31, 32 et 34

Géométrie

- Résoudre le système.

$$\begin{cases} 2x+2y=6 \\ x-4y=-7 \end{cases}$$

➜ Fiche 35

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Fonctions

- Combien un nombre peut-il avoir d'images par une fonction ? Et d'antécédents ?
- Comment définit-on la courbe représentative d'une fonction ?

➜ Fiche 37

Fonctions

- Quelle est la définition d'une fonction affine ?
- Quelle est la représentation graphique d'une fonction affine ?

➜ Fiche 38

Fonctions

- Quelles sont les définitions de la fonction carré et de la fonction inverse ?
- Quelles sont les solutions de $x^2 \leqslant 16$? Et de $\frac{1}{x} > 5$?

➜ Fiches 39 et 40

Fonctions

- Quelle est la monotonie de la fonction cube ?
- Si des nombres sont rangés dans un certain ordre, que peut-on dire de leurs cubes ?

➜ Fiches 41 et 47

Fonctions

- Quelle est la définition de la fonction racine carrée ?
- Que peut-on dire de $\sqrt{x}$ quand $x < 25$?

➜ Fiche 42

Fonctions

- Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = k$ dans un repère ?
- Comment résoudre $f(x) < g(x)$ graphiquement ?

➜ Fiches 43 et 44

Fonctions

- Comment étudie-t-on le signe d'une fonction ?
- Comment voit-on graphiquement qu'une fonction est positive ?

➜ Fiche 45

Fonctions

- Quelle est la définition d'une fonction croissante ?
- Que peut-on dire de la représentation graphique d'une fonction impaire ?

➜ Fiches 46 et 47

Complète ensuite la fiche correspondante

Version interactive corrigée
www.lienmini.fr/6702-00

Statistiques et probabilités

- Sur une boîte de biscuits, on lit qu'un biscuit de 7,8 g contient 1,7 g de matières grasses. Quelle est la part des matières grasses dans ces biscuits ?

→ Fiche 49

Statistiques et probabilités

- Comment calcule-t-on la variation relative entre deux valeurs V_1 et V_2 ?
- Comment obtient-on le coefficient multiplicateur quand on connaît le taux d'évolution ?

→ Fiche 50

Statistiques et probabilités

- Quel est le coefficient multiplicateur d'une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % ?

→ Fiche 51

Statistiques et probabilités

- Quel calcul doit-on effectuer pour obtenir le coefficient multiplicateur réciproque d'une hausse de 10 % ?
- Quel est le taux d'évolution réciproque d'une hausse de 100 % ?

→ Fiche 52

Statistiques et probabilités

- Donner la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 de cette série.
  1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 3 – 5 – 8 – 8 – 9
- Quelle formule permet de calculer la variance d'une série statistique ?

→ Fiches 53 et 54

Statistiques et probabilités

- Lors du lancer d'un dé à 6 faces, on étudie les événements A : « Obtenir un nombre pair » et B : « Obtenir un multiple de 3 ». Quelles sont les issues de $A \cap B$ et de $A \cup B$?

→ Fiche 55

Statistiques et probabilités

- Si $p(A \cap B) = 0{,}2$, $p(A) = 0{,}7$ et $p(B) = 0{,}3$, que valent $p(A \cup B)$ et $p(\overline{A})$?
- Si $p(A \cup B) = 0{,}8$, $p(A) = 0{,}5$ et $p(B) = 0{,}6$, que vaut $p(A \cap B)$?

→ Fiches 56 et 57

Statistiques et probabilités

- Sur une boîte de chocolats, on lit : 30 % au lait, 70 % noirs. En prenant 50 chocolats, on en obtient 18 au lait. Donner la proportion théorique, la taille de l'échantillon et la fréquence observée de chocolats au lait.

→ Fiche 58

FICHE 1

Ensembles de nombres

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-01

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des **entiers naturels**, c'est-à-dire positifs ou nuls.
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des **entiers relatifs**, c'est-à-dire positifs ou négatifs ou nuls.
- $\mathbb{D}$ est l'ensemble des **décimaux** : tous les nombres pouvant s'écrire comme une fraction décimale c'est-à-dire une fraction d'un entier par une puissance de 10.
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des **rationnels** : tous les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction de deux entiers relatifs (de dénominateur non nul).
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des **réels** : tous les rationnels et les irrationnels comme $\sqrt{2}$ ou π.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. $-\dfrac{30}{5}$ est un nombre : ☑ rationnel. ☑ décimal. ☐ entier naturel. ☑ réel.

b. $-\dfrac{1}{3}$ est un nombre : ☑ rationnel. ☐ décimal. ☐ entier naturel. ☑ réel.

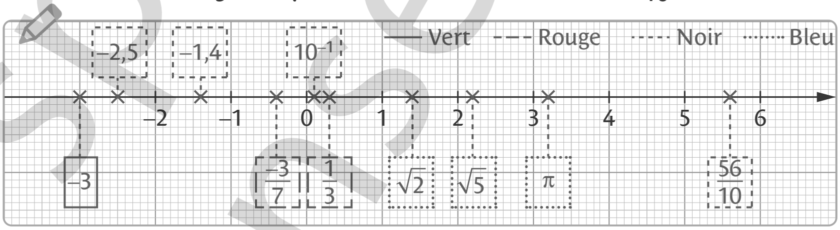
c. $\dfrac{10\pi}{4}$ est un nombre : ☐ rationnel. ☐ décimal. ☐ entier naturel. ☑ réel.

d. $\sqrt{25}$ est un nombre : ☑ rationnel. ☑ décimal. ☑ entier naturel. ☑ réel.

2 **Représenter** sur la droite graduée ci-dessous les nombres entiers en **vert**, les rationnels non décimaux en **rouge**, les décimaux non entiers en **noir** et les irrationnels en **bleu**.

Penser aux ordres de grandeur.

$\sqrt{2}$ $\quad -3 \quad -2{,}5 \quad \dfrac{1}{3} \quad \dfrac{-3}{7} \quad \sqrt{5} \quad -1{,}4 \quad 10^{-1} \quad \dfrac{56}{10} \quad \pi$



3 Soit $A = \dfrac{-1}{3} + \dfrac{x}{6} + \dfrac{9}{2}$ et $B = 0{,}25 - \dfrac{\sqrt{x+2}}{2}$.

$\mathbb{Q}\backslash\mathbb{D}$ est l'ensemble des rationnels qui ne sont pas des décimaux.

1. a. Donner un nombre $x \in \mathbb{N}$ tel que $A \in \mathbb{N}$. Par exemple si $x = 5$ alors $A = 5$.

b. Donner un nombre $x \in \mathbb{Z}$ tel que $A \in \mathbb{Q}\backslash\mathbb{D}$. Par exemple si $x = -8$ alors $A = \dfrac{17}{6}$

2. a. Donner un nombre $x \in \mathbb{Z}$ tel que $B \in \mathbb{D}$. Par exemple si $x = 2$ alors $B = -\dfrac{3}{4}$

b. Donner un nombre $x \in \mathbb{Z}$ tel que $B \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$. Par exemple si $x = 3$ alors $B = \dfrac{1-2\sqrt{5}}{4}$

Intervalles

Soient deux nombres réels a et b tels que $a < b$.

Inégalité	Signification	Représentation	Intervalle
$a \leqslant x < b$	x est compris entre a inclus et b exclu.	a b	$[a\,;b[$
$x > a$	x est strictement supérieur à a.	a	$]a\,;+\infty[$

1 **Cocher la bonne case.** — **Vrai** / **Faux**

a. L'ensemble des réels supérieurs ou égaux à 0 est l'intervalle $]0\,;+\infty[$. ☐ Vrai ☑ Faux

b. L'ensemble des réels x tels que $-3 \leqslant x < 5$ est l'intervalle $[-3\,;5[$. ☑ Vrai ☐ Faux

2 **Compléter le tableau.**

Inégalités	Représentation graphique	Intervalle
$-1 < x \leqslant 4$	-1 4	$]-1\,;4]$
$-2{,}3 \leqslant x \leqslant 0$	$-2{,}3$ 0	$[-2{,}3\,;0]$
$x \leqslant 3$	-3 0	$]-\infty\,;3]$

3 Quatre joggeurs s'entraînent avec leur montre qui affiche leur fréquence cardiaque.

$E = FC - FC_{repos}$	Type d'effort
$E < 0{,}6 \times FC_R$	Échauffement ou récupération
$0{,}6 \times FC_R \leqslant E \leqslant 0{,}7 \times FC_R$	Endurance fondamentale
$0{,}7 \times FC_R \leqslant E \leqslant 0{,}8 \times FC_R$	Endurance active
$E > 0{,}8 \times FC_R$	Anaérobie

On note la fréquence cardiaque :
- mesurée : FC,
- maximale : FC_{max},
- au repos : FC_{repos},
- de réserve : $FC_R = FC_{max} - FC_{repos}$

Compléter le tableau suivant.

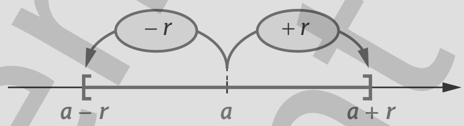
Nom	FC_{repos}	FC_{max}	FC_R	FC	E	Type d'effort
Mathis	55	190	135	140	85	Endurance fondamentale
Emma	70	170	100	165	95	Anaérobie

FICHE 3

Distance et valeur absolue

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-03

- La **valeur absolue** d'un nombre réel x est le nombre noté $|x|$ tel que :
  - si $x \geqslant 0$ alors $|x| = x$,
  - si $x < 0$ alors $|x| = -x$.
- La **distance entre les réels a et b** est : $d(a\,;b) = |a-b|$
- $|x-a| \leqslant r$ équivaut à $a-r \leqslant x \leqslant a+r$ c'est-à-dire $x \in [a-r\,;a+r]$.
  a est le **centre** de l'intervalle et r est le **rayon** de l'intervalle.



1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $|-4+10| = -6$	☐	☑
b. $|32{,}5-40{,}1| = 7{,}6$	☑	☐
c. $\left|\sqrt{5}-3\right| = 3-\sqrt{5}$	☑	☐
d. $|-2{,}4|-|-1{,}2| = -3{,}6$	☐	☑

2 Compléter le tableau suivant.

Intervalle	Inégalité	Centre de l'intervalle	Rayon de l'intervalle	Valeur absolue
$[-4\,;4]$	$-4 \leqslant x \leqslant 4$	$\dfrac{-4+4}{2} = 0$	4	$|x-0| \leqslant 4$
$[-4\,;-2]$	$-4 \leqslant x \leqslant -2$	-3	1	$|x+3| \leqslant 1$
$[1\,;6]$	$1 \leqslant x \leqslant 6$	3,5	2,5	$|x-3{,}5| \leqslant 2{,}5$

3 Représenter dans le repère orthonormé l'ensemble des points M$(x\,;y)$ tels que

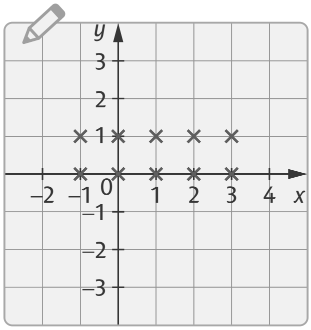
$$\begin{cases} |x-1| \leqslant 2 \quad \text{avec} \quad x \in \mathbb{Z} \\ |y+0{,}5| < 2{,}5 \quad \text{avec} \quad y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leqslant x-1 \leqslant 2 \quad \text{avec} \quad x \in \mathbb{Z} \\ -2{,}5 < y+0{,}5 < 2{,}5 \quad \text{avec} \quad y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leqslant x \leqslant 3 \quad \text{avec} \quad x \in \mathbb{Z} \\ -3 < y < 2 \quad \text{avec} \quad y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$\begin{cases} x \text{ peut donc prendre les valeurs } -1\,;0\,;1\,;2 \text{ et } 3. \\ y \text{ peut donc prendre les valeurs } 0 \text{ et } 1. \end{cases}$

On obtient 10 possibilités pour M.



Encadrement et valeur approchée

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-04

- On dit que ***a* et *b* encadrent** le réel x si $a < x < b$.
  - $b - a$ est l'**amplitude** de l'encadrement.
  - L'encadrement est **à 10^{-n} près** (n désigne un entier) si son **amplitude** est égale à 10^{-n}.
- Soit A = 25,258 96 avec 25,25 < A < 25,26.
  - **25,25** est une **valeur approchée par défaut de A** à 0,01 près.
  - **25,26** est une **valeur approchée par excès de A** à 0,01 près.

1 **Cocher la bonne case.**

Un encadrement :

	Vrai	Faux
a. à 10^{-1} près de $\sqrt{11}+5$ est $8,2 < \sqrt{11}+5 < 8,4$.	☐	☑
b. à 10^{-2} près de π est $3,14 < \pi < 3,15$.	☑	☐
c. à 10^{-3} près de $-4\sqrt{7}$ est $-10,584 < -4\sqrt{7} < -10,583$	☑	☐
d. à 10^{-2} près de $2,758 \times 10^{-1}$ est $2,75 < 2,758 \times 10^{-1} < 2,76$	☐	☑

2 **Encadrer par deux puissances de 10 consécutives.**

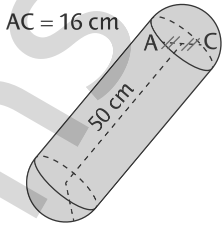
a. $10^6 < 9\,854,698 \times 10^3 < 10^7$

b. $10^{-3} < 36,05 \times 10^{-4} < 10^{-2}$

c. $-10^2 < -31,45 < -10$

d. $-10^{-1} < -0,0125 < -10^{-2}$

3 Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection. Calculer le volume exact du boudin et donner une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près.



D'après brevet 2014

Le boudin est formé d'un cylindre et de deux demi-boules (soit une boule).

Volume du cylindre : $\pi \times 8^2 \times 50 = 3\,200\,\pi$

Volume de la boule : $\frac{4}{3} \times \pi \times 8^3 = \frac{2\,048}{3}\pi$

Volume total du boudin : $\frac{2\,048}{3}\pi + 3\,200\pi = \frac{11\,648}{3}\pi$

Une valeur approchée à 10^{-3} par défaut du volume est 12 197,757 cm³.

Rationnels

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-05

- Pour tous réels a et b, pour tout réel $c \neq 0$: $\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}=\dfrac{a+b}{c}$
- Pour tous réels a, b et c, avec $b \neq 0$ et $c \neq 0$: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{ac}{bc}$
- Pour tous réels a, b, c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$: $\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{a\times c}{b\times d}$
- Pour tous réels a, b, c et d avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$: $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc}$

Seule la somme nécessite une réduction au même dénominateur.

1 **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. $\dfrac{50}{3}+\dfrac{7}{12}=\dfrac{57}{15}$	☐	☑
b. $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{6}{8}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{16}$	☑	☐
c. $\dfrac{35}{9}\div\dfrac{7}{5}=\dfrac{49}{9}$	☐	☑
d. $\dfrac{7}{4}-8\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{151}{100}$	☑	☐

2 Effectuer les calculs, puis dire si le nombre obtenu est un décimal.

a. $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{4}{5}}{\frac{2}{7}-\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{7}{10}}{-\frac{1}{21}}=-\dfrac{147}{10}$ est un nombre décimal.

b. $\dfrac{5^2}{2}+\dfrac{9}{5}\times\dfrac{12}{81}=\dfrac{25}{2}+\dfrac{12}{45}=\dfrac{383}{30}$ n'est pas un nombre décimal.

c. $\dfrac{1}{\frac{4}{3}}-\left(\dfrac{2}{-15}\right)\times\dfrac{7}{8}=\dfrac{3}{4}+\dfrac{7}{60}=\dfrac{52}{60}=\dfrac{13}{15}$ n'est pas un nombre décimal.

3 Effectuer le calcul de $F=1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}}$.

F est-elle une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près ? Vérifier avec une calculatrice.

$F=1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\frac{2}{5}}}=1+\dfrac{1}{2+\frac{5}{12}}=1+\dfrac{12}{29}=\dfrac{41}{29}\approx 1{,}413$. Avec la calculatrice $\sqrt{2}\approx 1{,}4142$.

Donc F est une approximation de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près.

FICHE 6

Puissances

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-06

a et *b* désignent des nombres réels, *m* et *n* des nombres entiers relatifs.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m\times n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ avec $b \neq 0$.
- Si $a \neq 0$ alors $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $5^7 \times (5^3)^2$ est égal à : ☐ $5^7 \times 5^5$ ☑ $5^7 \times 5^6$ ☐ 5^{12} ☑ 5^{13}

b. $\dfrac{(-3)^5}{3^7 \times 3}$ est égal à : ☑ -3^{-3} ☐ 3^{-3} ☐ $-\dfrac{1}{3^2}$ ☑ $-\dfrac{1}{3^3}$

c. Pour tous réels *a* et *b* non nuls, $\dfrac{ab^6}{(ab)^4}$ est égal à :

☐ $\dfrac{1}{a^2b^2}$ ☐ $(ab)^2$ ☐ $a^{-4}b^2$ ☑ $a^{-3}b^2$

d. Pour tous réels *a* et *b* non nuls, $\left(\dfrac{a^2}{a \times b^3}\right)^4 \times b$ est égal à :

☑ a^4b^{-11} ☐ $\dfrac{a^8}{b^6}$ ☐ $\dfrac{a^7}{b^{11}}$ ☑ $\left(\dfrac{a^4}{b^{12}}\right) \times b$

2 Cocher l'intrus dans chaque série.

a.

☐ $3{,}5 \times 10^4$ ☐ 35 000

☐ $\dfrac{35}{10^{-3}}$ ☑ $0{,}035 \times 10^{-2}$

b.

☐ $(-4)^3$ ☑ 4^3

☐ $\dfrac{-4^5 \times 4^6}{(4^2)^4}$ ☐ $\dfrac{4^{-8}}{(-4)^{-11}}$

c.

☐ $(2 \times 3)^{-1}$ ☐ $\dfrac{6^{10}}{6^7 \times 6^4}$

☑ 6 ☐ $6^5 \times \dfrac{6^{-4}}{6^2}$

3 Calculer A et B sous la forme d'un produit de puissances de 2, de 3 et de 5.

$A = \dfrac{5^7 \times 10^{-4} \times 3^9}{10^{-5} \times 3^7 \times 5^{10}}$

$= 5^{-3} \times 10 \times 3^2$

$= 5^{-3} \times 2 \times 5 \times 3^2$

$= 2 \times 5^{-2} \times 3^2$

$B = \dfrac{(-6)^4 \times 15^4 \times (-16)^3}{25 \times 12^3}$

$= -\dfrac{6^4 \times 15^4 \times 16^3}{5^2 \times 2^6 \times 3^3}$

$= -\dfrac{2^4 \times 3^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 2^{12}}{5^2 \times 2^6 \times 3^3}$

$= -2^{10} \times 3^5 \times 5^2$

FICHE 7

Racine carrée

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-07

- Soient a et b deux réels **positifs**.
  - $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
  - $(\sqrt{a})^2 = a$
  - Si $b \neq 0$ alors $= \sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- Si a est un nombre **réel** alors $\sqrt{a^2} = |a|$.

Exemples : • $\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$ • $\sqrt{100} = 10$

• $(\sqrt{8})^2 = 8$ • $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Pour simplifier une racine carrée, il faut décomposer et faire apparaître des carrés.

1 **Souligner de la même couleur les nombres égaux.**

$\sqrt{25}$ $\sqrt{12}$ 100 $\sqrt{90}$ $\sqrt{117}$ $2\sqrt{3}$ 10 $9\sqrt{10}$ 5 $3\sqrt{13}$ $\sqrt{(-10)^2}$ $3\sqrt{10}$

2 **Écrire ces nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible.**

a. $\sqrt{1300} = 10\sqrt{13}$

b. $\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$

c. $3\sqrt{2} \times (-4\sqrt{10}) = -12\sqrt{2^2 \times 5} = -24\sqrt{5}$

d. $5\sqrt{3} + 4\sqrt{75} - 3\sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$

e. $2\sqrt{63} \times 3\sqrt{21} = 6\sqrt{7 \times 9 \times 3 \times 7} = 6 \times 7 \times 3\sqrt{3} = 126\sqrt{3}$

f. $\dfrac{\sqrt{480}}{\sqrt{2} \times \sqrt{20}} = \dfrac{4\sqrt{30}}{2\sqrt{10}} = 2\sqrt{3}$

3 **1.** Montrer que $\sqrt{117} + \sqrt{13} = \sqrt{208}$.

$\sqrt{117} + \sqrt{13} = \sqrt{3^2 \times 13} + \sqrt{13} = 3\sqrt{13} + \sqrt{13}$

$= 4\sqrt{13} = \sqrt{4^2 \times 13} = \sqrt{208}$

2. Montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ est un entier.

$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} - \dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$= \dfrac{\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \dfrac{\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \dfrac{2}{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \dfrac{2}{1} = 2$ qui est entier

FICHE **8**

Multiple, diviseur, nombre premier

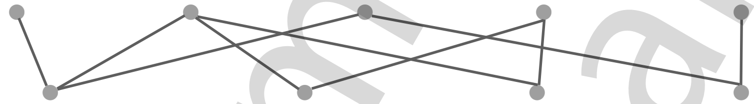
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-08

- ***b* est un multiple de *a*** s'il existe un entier relatif k tel que $b = k \times a$.
  Si $a \neq 0$, on dit que ***a* est un diviseur de *b***.
- Si ***b* et *c* sont des multiples de *a*** alors la **somme** $(b + c)$ et la **différence** $(b - c)$ sont des **multiples de *a***.
- Un entier naturel est **premier** s'il n'admet que deux diviseurs : **1 et lui-même**.

$-a$ est aussi un diviseur de b.

1 **Relier chaque nombre à ses multiples.**

10   630   55   72   121



multiple de 5.   multiple de 6.   multiple de 3.   multiple de 11.

2 **Cocher la bonne case. Justifier si la réponse est fausse.**

	Vrai	Faux	
a. La somme d'un multiple de 4 et d'un multiple de 3 est un multiple de 7.	☐	☑	8 est un multiple de 4 et 3 est un multiple de 3 mais 11 n'est pas un multiple de 7.
b. La somme de trois entiers relatifs consécutifs est divisible par 3.	☑	☐	
c. 64 a exactement 12 diviseurs.	☐	☑	Les diviseurs de 64 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64.
d. 7 est un diviseur de 35 et de 70 donc 7 est un diviseur de 105.	☑	☐	
e. 137 est un nombre premier.	☑	☐	

3 Les nombres premiers de Sophie Germain sont les nombres premiers n tels que $2n + 1$ soit aussi un nombre premier.
Trouver les 7 nombres premiers de Sophie Germain inférieurs à 50.

Les 7 nombres de Sophie Germain inférieurs à 50 sont 2 ; 3 ; 5 ; 11 ; 23 ; 29 et 41.

FICHE 9

Nombre pair et nombre impair

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-09

- Soit n un nombre entier :
  - si n est **divisible par 2**, alors n est **pair**. Il existe un entier relatif k tel que $\boldsymbol{n = 2 \times k}$.
  - sinon n est **impair**. Il existe un entier relatif k tel que $\boldsymbol{n = 2 \times k + 1}$
- Soit a et b deux nombres entiers :
  - si $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des **nombres pairs** alors $\boldsymbol{a + b}$ est un **nombre pair**.
  - si $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des **nombres impairs** alors $\boldsymbol{a + b}$ est un **nombre pair**.
  - si $\boldsymbol{a}$ est un **nombre pair** et b un **nombre impair** alors $\boldsymbol{a + b}$ est un **nombre impair**.
- Soit n un nombre entier :
  - si $\boldsymbol{n}$ est un **nombre pair** alors le **carré** $\boldsymbol{n^2}$ est un **nombre pair**.
  - si $\boldsymbol{n}$ est un **nombre impair** alors le **carré** $\boldsymbol{n^2}$ est un **nombre impair**.

1 **Soit n un entier impair. Cocher les nombres impairs.**

☐ $A = 2n^2 - 4n + 6$ ☑ $B = n^2 + 2n - 4$ ☐ $C = -4n^2 + 5n + 1$

2 **Montrer que si n est un entier pair alors l'entier $A = n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.**

n est pair donc il existe un entier relatif k tel que $n = 2k$ et

A peut s'écrire $A = (2k)^2(2k + 20) = 4k^2(2(k + 10)) = 8k^2(k + 10)$.

Donc A est un multiple de 8.

3 Montrer que le reste de la division euclidienne par 8 du carré de tout nombre impair est 1.

Soit n un nombre impair. On peut écrire $n = 2k + 1$ et donc

$(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) + 1$.

Deux cas sont possibles :

• si k est pair alors k est divisible par 2, donc $4\,k$ est divisible par 8 et donc

$4k(k + 1)$ est également divisible par 8.

• si k est impair alors $(k + 1)$ est pair et donc divisible par 2 et donc $4(k + 1)$ est

divisible par 8 et $4k(k + 1)$ est également divisible par 8.

Dans les deux cas, le reste de la division euclidienne de $(2k + 1)^2$ par 8

est égal à 1.

Fractions irréductibles

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-10

- Tout **entier naturel supérieur ou égal à 2** peut s'écrire de **manière unique** comme **produit de nombres premiers**.
  Exemple : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
- Une **fraction est irréductible** lorsque le **numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux** c'est-à-dire s'ils n'ont pas de diviseur commun autre que 1.
- Pour **rendre irréductible une fraction**, on commence par décomposer son numérateur et son dénominateur en **produits de facteurs premiers**.
  Exemple : $\frac{54}{60} = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{9}{10}$

1 **Cocher les fractions irréductibles.**

☑ $\frac{23}{27}$ ☐ $\frac{26}{130}$ ☐ $\frac{35}{10}$ ☑ $\frac{17}{67}$ ☑ $\frac{23\,057}{27\,908}$ ☐ $\frac{3\,771}{99}$

2 **1.** Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers.

a. $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ **b.** $256 = 2^8$

c. $72 = 2^3 \times 3^2$ **d.** $400 = 2^4 \times 5^2$

2. En déduire une simplification des fractions suivantes.

$A = \frac{120}{256} = \frac{15}{32}$ $B = \frac{72}{400} = \frac{9}{50}$

$C = \frac{120}{400} = \frac{3}{10}$ $D = \frac{400}{256} = \frac{25}{16}$

3 **1.** Décomposer 330 et 1 452 en produit de facteurs premiers.

$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$

$1\,452 = 2^2 \times 3 \times 11^2$

2. En déduire la forme irréductible de $\frac{330}{1452}$.

$\frac{330}{1452} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11^2} = \frac{5}{2 \times 11} = \frac{5}{22}$

3. En déduire la valeur de $A = \frac{13}{22} + \frac{330}{1452}$.

$A = \frac{13}{22} + \frac{5}{22} = \frac{18}{22} = \frac{9}{11}$

FICHE 11

Développements

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-11

Pour **développer une expression** dans un calcul littéral, on peut utiliser :

- la distributivité : $k(a+b) = ka + kb$
- la double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
- les identités remarquables :
  - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1 Cocher la bonne case. Justifier si la réponse est fausse.

	Vrai	Faux	
a. Le développement de $3x(x-8)-(10+x)(4x-5)$ est $-x^2+59x-50$.	☐	☑	c'est $-x^2-59x+50$
b. Le développement de $(-x-8)^2$ est le même que celui de $(x+8)^2$.	☑	☐	
c. $x^2+36-12x$ est le carré de $x-6$.	☑	☐	
d. $25x^2-81$ est égal au produit de $5x-9$ par $5x-9$.	☐	☑	c'est le produit de $5x-9$ par $5x+9$

2 Développer les expressions.

$A = (x+1)(x-4)-5(x+3) = x^2-4x+x-4-5x-15 = x^2-8x-19$

$B = (4x-5)^2 = (4x)^2 - 2\times(4x)\times(5)+(5)^2 = 16x^2-40x+25$

$C = (10x-6)(10x+6) = (10x)^2-(6)^2 = 100x^2-36$

$D = (7x+3)^2 = (7x)^2+2\times(7x)\times 3+(3)^2 = 49x^2+42x+9$

3 Développer et simplifier les expressions.

$E = (6x-3)^2+(4x-5)(4x+5) = 36x^2-36x+9+16x^2-25 = 52x^2-36x-16$

$F = (7x-3)^2-(2x+3)^2 = 49x^2-42x+9-(4x^2+12x+9)$

$= 49x^2-42x+9-4x^2-12x-9 = 45x^2-54x$

FICHE 12

Factorisations

Pour **factoriser une expression** dans un calcul littéral, on reconnaît :

- un facteur commun :
  $ka + kb = k(a + b)$ avec k, a, b réels.
- une identité remarquable :
  - $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
  - $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
  - $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

On peut aussi combiner les deux méthodes pour factoriser une expression.

1 Relier chaque expression à sa forme factorisée.

$(-2x+1)(2x+1)+(-2x+1)(x+4)$	$(-2x+1)^2$
x^2-4x+4	$(x-2)^2$
$36x^2+36x+9$	$(5x+8)(5x-8)$
$4x^2-4x+1$	$(6x+3)^2$
$25x^2-64$	$(3x+5)(-2x+1)$

2 Factoriser les expressions.

$A = 25x^2 + 5x = 5x(5x+1)$

$B = (2x+8)(x-4)+(x-4)^2 = (x-4)[(2x+8)+(x-4)] = (x-4)(3x+4)$

$C = 16x^2 - 64x + 64 = 16(x^2-4x+4) = 16(x-2)^2$

$D = 81x^2 - 16 = (9x)^2 - (4)^2 = (9x-4)(9x+4)$

3 Factoriser les expressions.

$A = 9x^2 - 1 + (3x-1)(x+6) = (3x-1)(3x+1)+(3x-1)(x+6)$

$= (3x-1)[(3x+1)+(x+6)] = (3x-1)(4x+7)$

$B = (2x-1)(x+3) - 2x + 1 = (2x-1)(x+3)-(2x-1)$

$= (2x-1)[(x+3)-1] = (2x-1)(x+2)$

$C = (3x-4)(2x+3)-(4-3x)(x-7) = (3x-4)(2x+3)+(3x-4)(x-7)$

$= (3x-4)(2x+3+x-7) = (3x-4)(3x-4) = (3x-4)^2$

FICHE 13

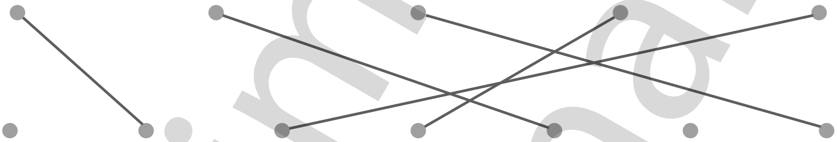
Équations du premier degré

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-13

- L'équation $ax+b=0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a une **unique solution** $x=-\frac{b}{a}$.
- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un **même nombre** aux deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente**.
- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une équation par un **même nombre non nul**, on obtient une **équation équivalente**.

1 **Relier chacune des équations suivantes à sa solution.**

$2x+3=0$ $\quad -3x+5=0$ $\quad -5x-3=0$ $\quad 3-2x=0$ $\quad -3x-2=0$



$\frac{2}{3}$ $\quad -\frac{3}{2}$ $\quad -\frac{2}{3}$ $\quad \frac{3}{2}$ $\quad \frac{5}{3}$ $\quad -\frac{5}{3}$ $\quad -\frac{3}{5}$

2 **Résoudre les équations suivantes.**

Le symbole $\Leftrightarrow$ signifie « est équivalent à ».

a. $4x-1=2x+8 \Leftrightarrow 4x-2x=9$

$\Leftrightarrow 2x=9 \Leftrightarrow x=\frac{9}{2}$

b. $2x+7=5-3x \Leftrightarrow 2x+3x=5-7$

$\Leftrightarrow 5x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{5}$

3 Si l'on augmente de 2 cm le côté d'un carré, son aire augmente de 8 cm^2.
Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

Soit x la longueur du côté du carré initial. L'aire du carré final est :

$(x+2)^2=x^2+8 \Leftrightarrow x^2+4x+4=x^2+8 \Leftrightarrow 4x=8-4 \Leftrightarrow x=1.$

La mesure du côté du carré initial est donc 1 cm.

Équations produit nul et quotient

- L'équation produit $\mathbf{A \times B = 0}$ est équivalente à $\mathbf{A = 0}$ **ou** $\mathbf{B = 0}$.
- L'équation quotient $\mathbf{\dfrac{A}{B} = 0}$ est équivalente à $\mathbf{A = 0}$ **et** $\mathbf{B \neq 0}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. $2x(5-2x)=0$ a pour solution : ☐ $\left\{2\,;\dfrac{5}{2}\right\}$. ☑ $\left\{0\,;\dfrac{5}{2}\right\}$. ☐ $\left\{0\,;\dfrac{2}{5}\right\}$.

b. $(3x-4)(x+5)=0$ a pour solution : ☑ $\left\{\dfrac{4}{3}\,;-5\right\}$. ☐ $\left\{-\dfrac{4}{3}\,;-5\right\}$. ☐ $\left\{\dfrac{3}{4}\,;-5\right\}$.

c. $\dfrac{3x+6}{x-7}=0$:

☑ existe si $x \neq 7$. ☐ a pour solutions -2 et 7. ☑ a pour solution -2.

d. $\dfrac{x-4}{x^2-1}=0$:

☑ existe si $x \neq -1$ et $x \neq 1$. ☐ a pour solutions $4\,;-1$ et 1. ☑ a pour solution 4.

2 **Résoudre les équations suivantes.**

a. $4x^2-25=0 \Leftrightarrow (2x-5)(2x+5)=0$

$\Leftrightarrow 2x-5=0$ ou $2x+5=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$ ou $x=-\dfrac{5}{2}$

b. $7x^2-5x=0 \Leftrightarrow x(7x-5)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $7x-5=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\dfrac{5}{7}$

c. $\dfrac{5-2x}{8x+1}=0 \Leftrightarrow 5-2x=0$ et $8x+1\neq 0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$ et $x\neq -\dfrac{1}{8}$.

3 On admet que pour tout réel $x \neq -1$, on a $3x+4-\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{(3x+1)(x+2)}{x+1}$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes des fonctions f et g définies par $f(x)=3x+4$ et $g(x)=\dfrac{2}{x+1}$ pour $x\neq -1$.

Ce sont les points dont l'abscisse vérifie $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 3x+4-\dfrac{2}{x+1}=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(3x+1)(x+2)}{x+1}=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{3}$ ou $x=-2$. Si $x=-\dfrac{1}{3}$ alors $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=3$.

Si $x=-2$ alors $f(-2)=-2$. Les points sont $A\left(-\dfrac{1}{3}\,;3\right)$ et $B(-2\,;-2)$.

Inéquations du premier degré

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-15

- L'inéquation $ax + b < 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a pour **ensemble solution** $\left]-\infty\,;-\frac{b}{a}\right[$.
- L'inéquation $ax + b \geqslant 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a pour **ensemble solution** $\left[-\frac{b}{a}\,;+\infty\right[$.
- On peut **additionner** (ou **soustraire**) **un même nombre** aux deux membres d'une inégalité **sans en changer le sens.**
- On peut **multiplier** (ou **diviser**) les deux membres d'une inégalité par un **même nombre strictement positif sans en changer le sens.**
- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une inégalité par un **même nombre strictement négatif, on doit changer le sens** de l'inégalité.

1 **Cocher l'intrus pour chaque inéquation.**

a. Pour $-3x+5>0$: ☐ $x<\frac{5}{3}$. ☑ $S=\left]\frac{5}{3}\,;+\infty\right[$. ☐ -2 est une solution.

b. Pour $2x+3<0$: ☑ $x<\frac{3}{2}$. ☐ $S=\left]-\infty\,;-\frac{3}{2}\right[$. ☐ -3 est une solution.

c. Pour $3-2x \geqslant 0$: ☐ $x \leqslant \frac{-3}{-2}$. ☑ $S=\left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right[$. ☐ -2 est une solution.

2 **Résoudre les inéquations suivantes.**

a. $-3x+4<0$

$-3x<-4$ donc $x>\frac{4}{3}$ donc $S=\left]\frac{4}{3}\,;+\infty\right[$

b. $-4x+2 \leqslant 6x+3$

$-4x-6x \leqslant 3-2$ donc $-10x \leqslant 1$ donc $x \geqslant -\frac{1}{10}$ donc $S=\left[-\frac{1}{10}\,;+\infty\right[$.

3 Une casserole cylindrique a pour diamètre 18 cm. Quelles sont les hauteurs possibles de cette casserole afin qu'elle contienne entre 2 et 3 L de liquide ? En déduire les valeurs entières possibles de h.

Le volume d'un cylindre est : $\mathcal{V}=\pi R^2 h$. On a $D=18$ cm $=2R$ donc $R=9$ cm et

$R^2=81$ cm^2 donc $\mathcal{V}=81\pi h$ cm^3. Or 1 L $=1\,000$ cm^3 et 2 L $\leqslant \mathcal{V} \leqslant$ 3 L.

Donc $2\,000$ cm$^3 \leqslant \mathcal{V} \leqslant 3\,000$ cm$^3 \Leftrightarrow 2\,000$ cm$^3 \leqslant 81\pi h \leqslant 3\,000$ cm^3

$\Leftrightarrow \frac{2\,000}{81\pi}$ cm $\leqslant h \leqslant \frac{3\,000}{81\pi}$ cm donc $7{,}9$ cm $\leqslant h \leqslant 11{,}8$ cm

Les valeurs entières possibles de h sont 8 cm, 9 cm, 10 cm et 11 cm.

FICHE 16

Inéquations produit et quotient

- **Tableau de signes de $ax+b$:** avec $b \neq 0$ (voir ci-contre) :

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe de $-a$	0	Signe de a	

- **Signe d'un produit :** on étudie le signe de chacun des facteurs que l'on rassemble dans un tableau puis on applique la règle des signes.
- **Signe d'un quotient :** son signe est le même que celui du produit du numérateur par le dénominateur, en n'oubliant pas les valeurs interdites (double barre dans le tableau).

1 Cocher la (ou les) réponses exactes.

a. L'ensemble des solutions de $2x(5-2x) > 0$ est :

☐ $S =]-\infty\,;0[\cup \left]\dfrac{5}{2}\,;+\infty\right[$ ☑ $S = \left]0\,;\dfrac{5}{2}\right[$ ☐ $S = \left[-\dfrac{5}{2}\,;2\right]$

b. L'ensemble des solutions de $(3x-4)(x+5) \leqslant 0$ est :

☑ $\left[-5\,;\dfrac{4}{3}\right]$. ☐ $]-\infty\,;-5]$. ☐ $\left]-5\,;\dfrac{4}{3}\right[$.

c. L'ensemble des solutions de $\dfrac{3x+6}{x-9} > 0$:

☑ existe si $x \neq 9$. ☐ existe si $x \neq -2$. ☑ a pour solution $]-\infty\,;-2[\cup]9\,;+\infty[$.

2 Compléter le tableau de signes ci-contre puis résoudre l'inéquation $\dfrac{3x+9}{-3-5x} \geqslant 0$.

x	$-\infty$		-3		$-\dfrac{3}{5}$		$+\infty$
$3x+9$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3-5x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{3x+9}{-3-5x}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

L'ensemble solution est :

$S = \left[-3\,;-\dfrac{3}{5}\right[$

3 Un mobile se déplace sur une droite graduée. Son abscisse $p(t)$ sur cette droite graduée (en mètres) en fonction du temps écoulé t (en minutes) depuis le départ est donnée par : $p(t) = t^2 - 4t - 12$.

1. Montrer que, pour tout réel $t \geqslant 0$, on a $p(t) = (t-6)(t+2)$.

$(t-6)(t+2) = t^2 + 2t - 6t - 12 = t^2 - 4t - 12 = p(t)$

2. Compléter le tableau de signes de p sur $[0\,;+\infty[$ puis déterminer à quels instants $p(t) \geqslant 0$.

$p(t) \geqslant 0$ pour $t \geqslant 6$ min.

t	0		6		$+\infty$
$t-6$		$-$	0	$+$	
$t+2$		$+$		$+$	
$p(t)$		$-$	0	$+$	

Choix de la forme adaptée

Selon la forme de l'équation à résoudre, **il faut choisir la méthode la plus adaptée** qui va permettre de trouver rapidement la (les) solution(s) de l'équation.

Les différentes méthodes peuvent également être combinées entre elles pour parvenir aux solutions.

1 **Relier chaque équation à la méthode la plus adaptée pour la résoudre.**

$x^2-5x=0$	Isoler x.
$(2x+1)(x-2)=0$	Développer
$5-3x=2$	Factoriser par un facteur commun
$(x+1)^2-3(x+1)=0$	Factoriser à l'aide d'une identité remarquable
$4x^2-12x+9=0$	Utiliser l'équation produit nul

2 **Soit** la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-3)^2-25$.

1. Déterminer la forme développée de $f(x)$.

$f(x)=4x^2-12x+9-25=4x^2-12x-16$

2. Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.

$f(x)=[2x-3-5][2x-3+5]=(2x-8)(2x+2)$

3. Déterminer les antécédents de 0 par f à l'aide de la forme la plus adaptée.

On résout $f(x)=0$ soit $(2x-8)(2x+2)=0 \Leftrightarrow 2x-8=0$ ou $2x+2=0$

$\Leftrightarrow x=4$ ou $x=-1$

3 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=98-18(4x+1)^2$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de g avec la droite d'équation $y=26$.

On résout $g(x)=26 \Leftrightarrow 98-18(4x+1)^2=26$.

$\Leftrightarrow 72-18(4x+1)^2=0 \Leftrightarrow 18\left[4-(4x+1)^2\right]=0 \Leftrightarrow 18(1-4x)(3+4x)=0$

$\Leftrightarrow (1-4x)=0$ ou $(3+4x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$ ou $x=-\dfrac{3}{4}$.

On obtient les deux points $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{4}\,;26\right)$ et $\mathrm{B}\left(-\dfrac{3}{4}\,;26\right)$.

Variables et instructions Python

Instruction	Commande Python
Afficher **a**	`print(a)`
Affecter à **a** la valeur de **b**	`a=b`
Tester si **a** est égal à **b**	`a==b`
Produit de **a** par **b**	`a*b`
a à la puissance **n**	`a**n`

1 Pour chaque script, cocher le bon résultat.

a.

```
a=5
a=a+3
print(a*2)
```

☐ 10 ☐ 6 ☑ 16

b.

```
a=3
b=5
a=a*4
a=b
print(a)
```

☐ 1 ☑ 5 ☐ 20

c.

```
def f(a,b) :
  return(a**b+a-b)
```

☑ (3,4)=80 ☐ (3,4)=11 ☐ (3,4)=63

2 Tester un script

```
a=x+3
b=a**2-4
```

1. Si `x=-2`, que vaut `b` ? b=-3

2. Quelles valeurs peut prendre `x` pour que `b` soit égal à `0` ? x=-1 ou x=-5.

3 On souhaite décomposer un nombre pair sous la forme `2ⁿ × p`, où `p` est un nombre impair et `n` un entier.

1. Compléter le script ci-contre pour qu'il renvoie `n` et `p`.

Voir la fiche 48.

```
def nombrepair(x):
  n=0
  while x%2==0:
    x=x//2
    n=n+1
  return(n,x)
```

2. Tester avec :

a. `x=100` On saisit `nombrepair(100)` et on a `(2,25)` donc $100 = 2^2 \times 25$

b. `x=64` On saisit `nombrepair(64)` et on a `(6,1)` donc $64 = 2^6 \times 1$

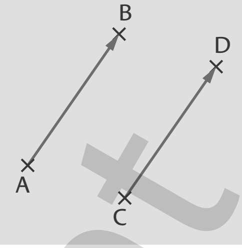
c. `x=324` On saisit `nombrepair(324)` et on a `(2,81)` donc $324 = 2^2 \times 81$

FICHE 19

Translation et vecteurs

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-19

- A et B sont deux points distincts du plan. La translation qui **transforme A en B** est appelée **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.**
- Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont dits **égaux** si la translation qui **transforme A en B transforme aussi C en D.**
- **$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme.**

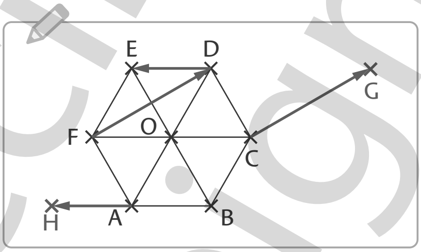


1 **Compléter les phrases suivantes avec *égaux* ou *opposés* à l'aide de la figure.**

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{FO}$ sont égaux

b. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont opposés

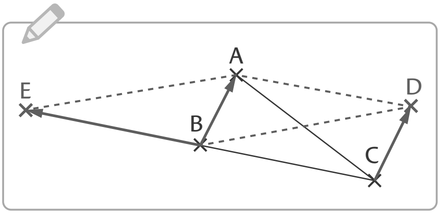
c. Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont opposés



2 Sur la figure de l'exercice précédent, construire :
- le point G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{FD}$.
- le point H, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.

3 **1.** En utilisant la figure ci-contre :
- placer D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- construire E tel que $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BE}$ soient opposés.

2. Montrer que le quadrilatère EBDA est un parallélogramme.



$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BE}$ sont opposés donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB}$.

ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

On a donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EB}$ donc EBDA est un parallélogramme.

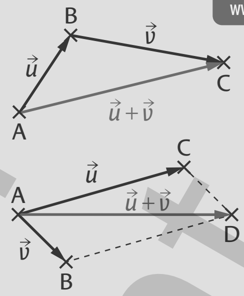
FICHE 20

Somme de deux vecteurs

- Pour construire géométriquement la somme de deux vecteurs, on peut écrire la **relation de Chasles** :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ si et seulement si **ABDC est un parallélogramme.**



1 Compléter les égalités par un vecteur unique.

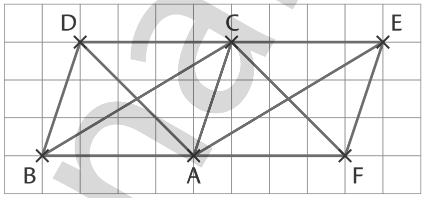
a. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DE}$

b. $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$

c. $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CF}$

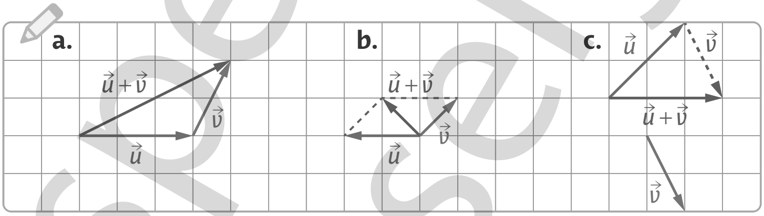
d. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DF}$

e. $\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{FB}$



ABDC, FACE, FADC et ABCE sont des parallélogrammes.

2 Construire la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



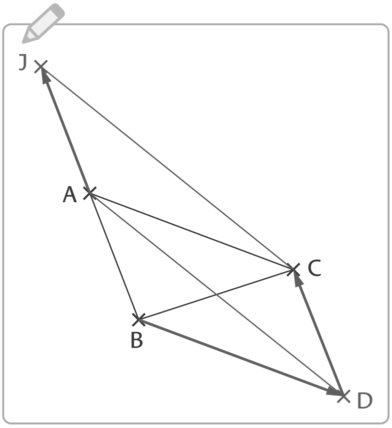
3 ABC est un triangle quelconque.

Soit le point D tel que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ et le point J tel que A soit le milieu de [BJ]. Montrer que le quadrilatère DCJA est un parallélogramme.

Soit A le milieu de [BJ], donc $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{BA}$.

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ donc BDCA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}$.

D'où $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{DC}$ donc DCJA est un parallélogramme.



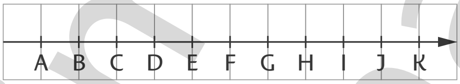
Produit d'un vecteur par un réel

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-21

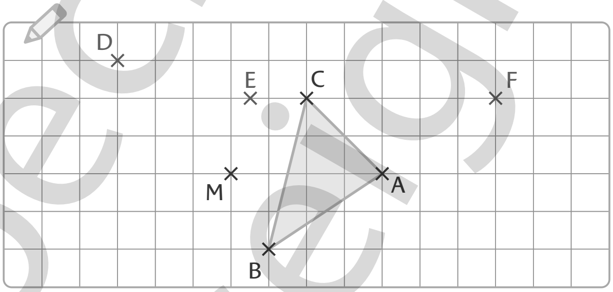
$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur non nul du plan et k un réel non nul.
Le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ a :
- la **même direction** que $\overrightarrow{AB}$ et le **même sens** que $\overrightarrow{AB}$ **si** $k > 0$,
- la **même direction** que $\overrightarrow{AB}$ et le **sens opposé** à $\overrightarrow{AB}$ **si** $k < 0$,
- pour **norme** $\|k\overrightarrow{AB}\| = |k| \times AB$.

1 Compléter les pointillés par le nombre manquant à l'aide de la figure.

a. $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{AB}$ **b.** $\overrightarrow{CH} = \frac{5}{2}\ \overrightarrow{IK}$ **c.** $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{5}\ \overrightarrow{AK}$ **d.** $\overrightarrow{AD} = -\ \overrightarrow{FC}$



2 Construire les points D, E et F tels que $\overrightarrow{MD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{ME} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB}$.



3 Soit ABCD un parallélogramme, I et J les milieux respectifs de [AB] et [CD].

1. Montrer que $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

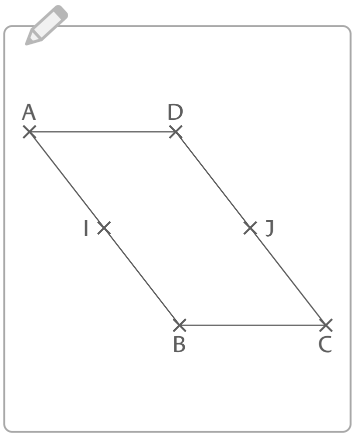
$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

2. Exprimer $\overrightarrow{ID}$ en fonction de $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BA}$.

$\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

3. Que peut-on en déduire ?

$\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{BJ}$ donc IDJB est un parallélogramme.

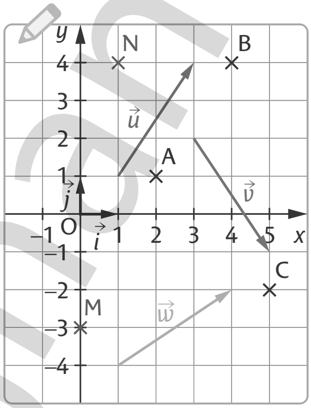


Coordonnées d'un vecteur

- Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan et $\vec{u}$ un vecteur.
  Il existe un **unique** couple de réels $(x\,;y)$ tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
  x et y sont appelés les **coordonnées** de $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. On note $\vec{u}(x\,;y)$.
- Soit $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.
  Le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$.

1 **Cocher la réponse exacte.**

On considère la figure ci-contre dans un repère $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$.



a. Le vecteur qui a pour coordonnées (2 ; 3) est :

☑ $\vec{u}$. ☐ $\vec{v}$. ☐ $\vec{w}$.

b. Le vecteur $\overrightarrow{CA}$ a pour coordonnées :

☐ (3 ; –3). ☑ (–3 ; 3). ☐ (3 ; 3).

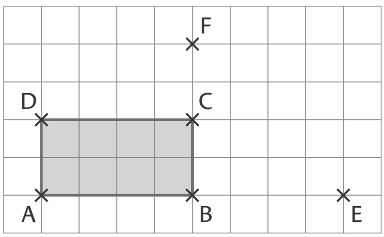
c. Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées :

☐ (–6 ; 1) ☐ (–1 ; –6) ☑ (1 ; –6)

2 Sur la figure de l'exercice précédent, placer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM}(-2\,;-4)$ et $\overrightarrow{NB}(3\,;0)$ puis lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{MN}$.

$\overrightarrow{CM}(-5\,;-1)$ et $\overrightarrow{MN}(1\,;7)$

3 ABCD est un rectangle.
E est le symétrique de A par rapport à B et F celui de B par rapport à C.



1. Lire les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{EF}$ dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

$\overrightarrow{AB}(1\,;0)$, $\overrightarrow{AD}(0\,;1)$, $\overrightarrow{CB}(0\,;-1)$,
$\overrightarrow{CD}(-1\,;0)$, $\overrightarrow{AE}(2\,;0)$, $\overrightarrow{AC}(1\,;1)$, $\overrightarrow{BF}(0\,;2)$
et $\overrightarrow{EF}(-1\,;2)$

2. Même question dans le repère $(B\,;\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

$\overrightarrow{AB}(0\,;-1)$, $\overrightarrow{AD}(1\,;0)$, $\overrightarrow{CB}(-1\,;0)$, $\overrightarrow{CD}(0\,;1)$, $\overrightarrow{AE}(0\,;-2)$, $\overrightarrow{AC}(1\,;-1)$, $\overrightarrow{BF}(2\,;0)$
et $\overrightarrow{EF}(2\,;1)$

FICHE 23

Coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ et de $k\vec{u}$

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-23

Le plan est rapporté à un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Soit les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ et k un réel.

- Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $(x+x'\,;y+y')$.
- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx\,;ky)$.

1 Soit les points A(2 ; –3), B(5 ; –1) et C(–3 ; 0).
Associer chaque vecteur à ses coordonnées.

$\overrightarrow{AB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$ $\qquad$ $-2\,\overrightarrow{BC}$

(11 ; 1) $\quad$ (1 ; 11) $\quad$ (3 ; 2) $\quad$ (5 ; –3) $\quad$ (16 ; –2) $\quad$ (–5 ; 3) $\quad$ (–3 ; –2)

2 Soit les points A(4 ; 5), B(8 ; 2), C(3 ; 2) et D(7 ; –1). Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$, $3\,\overrightarrow{BD}$, $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DA}-4\,\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{AB}(4\,;-3)$ $\qquad$ $\overrightarrow{CD}(4\,;-3)$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(8\,;-6)$

$3\,\overrightarrow{BD}(-3\,;-9)$ $\qquad$ $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}(-1\,;-3)$ $\qquad$ $\overrightarrow{DA}-4\,\overrightarrow{BC}\,(17\,;6)$

3 Soit les points $A(-4\,;6)$, $B(8\,;-2)$ et $C(10\,;6)$.

Poser $D(x_D\,;y_D)$ et écrire deux équations.

1. Calculer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD} \text{ donc } \begin{cases}12=x_D-10\\-8=y_D-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12+10=x_D\\-8+6=y_D\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}22=x_D\\-2=y_D\end{cases}$$

Donc $D(22\,;-2)$.

2. Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}$.

On a $\overrightarrow{CB}(-2\,;-8)$ et $\overrightarrow{DA}(-26\,;8)$.

$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA} \text{ donc } \begin{cases}x_E+4=-1-26\\y_E-6=-4+8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_E=-27-4\\y_E=-4+8+6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_E=-31\\y_E=10\end{cases}$$

Donc $E(-31\,;10)$.

Coordonnées du milieu d'un segment

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/6702-24

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère deux points A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ du plan.

Le **milieu** du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

1 **Cocher la bonne case.**

On considère les points A (–2 ; 1), B(1 ; 4), C(3 ; 2) et D(0 ; –1).

	Vrai	Faux
a. Le milieu du segment [AC] a pour coordonnées $\left(\frac{5}{2} ; \frac{1}{2}\right)$.	☐	☑
b. Les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.	☑	☐
c. Le milieu du segment [CD] a pour coordonnées $\left(\frac{3}{2} ; \frac{1}{2}\right)$	☑	☐
d. Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors M est le milieu de [AB].	☑	☐

2 **1.** Soit A(5 ; 3) et B(9 ; –5).

Calculer les coordonnées du centre M du cercle de diamètre [AB].

M est le milieu de [AB]. On a $M\left(\frac{5+9}{2} ; \frac{3-5}{2}\right)$ donc M(7 ; –1).

2. Soit C(5 ; –2) et D(7 ; 1).

Calculer les coordonnées du point E tel que D soit le milieu de [CE].

$7 = \frac{5 + x_E}{2}$ et $1 = \frac{-2 + y_E}{2}$ donc $5 + x_E = 14$ et $-2 + y_E = 2$ soit $x_E = 14 - 5 = 9$

et $y_E = 2 + 2 = 4$ donc E(9 ; 4).

3. Soit I(1 ; 3,5) et J(3 ; 5).

Calculer les coordonnées du point K tel que K soit le symétrique de I par rapport à J.

J est le milieu de [IK] donc $3 = \frac{1 + x_K}{2}$ et $5 = \frac{3,5 + y_K}{2}$ soit $1 + x_K = 6$ et $3,5 + y_K = 10$

donc $x_K = 6 - 1 = 5$ et $y_K = 10 - 3,5 = 6,5$ donc K(5 ; 6,5).

3 Soit les points A(2 ; –2), B(8 ; 0) et C(4 ; 4). D, E et F sont les milieux respectifs de [AC], [BC] et [AB]. G est le symétrique de D par rapport à E.

Démontrer que le quadrilatère BFEG est un parallélogramme.

D(3 ; 1), E(6 ; 2) et F(5 ; –1). E est le milieu de [GD] d'où $6 = \frac{3 + x_G}{2}$ et $2 = \frac{1 + y_G}{2}$

Soit $x_G = 12 - 3 = 9$ et $y_G = 4 - 1 = 3$. Donc G(9 ; 3).

Le milieu de [BE] a pour coordonnées (7 ; 1), celui de [FG] aussi

donc le quadrilatère BFEG est un parallélogramme.

FICHE 25

Alignement et parallélisme

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-25

- Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ **sont colinéaires** lorsqu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
- Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$, est colinéaire à tout vecteur.
- Trois points **A, B, C sont alignés** si et seulement si les **vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires**.
- Deux droites (AB) et (EF) **sont parallèles** si et seulement si les **vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires**.
- Dans un repère, les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ **sont colinéaires** si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 0$.

• 1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. Parmi $\vec{u}(-8\,;2)$, $\vec{v}(-6\,;-2)$, $\vec{w}(-20\,;5)$ et $\vec{z}(9\,;3)$, les vecteurs colinéaires sont :

☐ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ☑ $\vec{u}$ et $\vec{w}$. ☑ $\vec{v}$ et $\vec{z}$.

b. On donne les points A(1 ; 3), B(3 ; 4) et C(4 ; 5).
Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ est :

☐ –1 ☐ 3 ☑ 1

c. Soit A(2 ; 3), B(4 ; 1) et C(6 ; –1) :

☑ B est le milieu de [AC]. ☑ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. ☐ $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

d. Soit A(2 ; 3), B(4 ; 1), C(11 ; –2) et D(7 ; 2).

☑ (AB) // (CD). ☐ A, B et C sont alignés. ☑ $\det(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{DC}) = 0$.

•• 2 **1.** Soit A(–3 ; –2), B(5 ; 3) et C(13 ; 8). Montrer que les points A, B et C sont alignés.

$\overrightarrow{AB}(8\,;5)$ et $\overrightarrow{AC}(16\,;10)$. On a $\det(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}) = 8 \times 10 - 5 \times 16 = 0$ donc les points A, B et C sont alignés.

2. Soit D(5 ;–2) ; E(–3 ; 10) ; F(–3 ; –2) et G(3 ; –11). Montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

$\overrightarrow{DE}(-8\,;12)$ et $\overrightarrow{FG}(6\,;-9)$. On a $\det(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{FG}) = -8 \times (-9) - 6 \times 12 = 0$ donc les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

•• 3 Soit D(–2 ; 4) E(–1 ; 1) et F(5 ; 4).

Soit R, S et T tels que $\overrightarrow{DR} = 4\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{ET} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$.

Étudier la position des droites (ST) et (FR).

Calculer d'abord au brouillon les coordonnées des points R, S et T.

$\overrightarrow{ST}\left(-\frac{1}{2}\,;-2\right)$ et $\overrightarrow{FR}(-3\,;-12)$ donc $\det(\overrightarrow{ST}, \overrightarrow{FR}) = 6 - 6 = 0$ donc les droites (ST) et (FR) sont parallèles.

Distance entre deux points

Soit un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

- La **norme** d'un vecteur $\vec{u}(x ; y)$, notée $\|\vec{u}\|$, est donnée par $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- On considère deux points A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ du plan, la **distance AB** est donnée par $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

Soit les points A(6 ; 5), B(4 ; 1), C(8 ; 1).

a. La distance AB est égale à :

☑ $2\sqrt{5}$. ☐ 6. ☐ $\sqrt{136}$. ☑ $\sqrt{20}$.

b. Le cercle de centre B passant par C a pour rayon :

☐ 16. ☑ 4. ☐ 8. ☐ 6

c. Le triangle ABC est :

☑ isocèle. ☐ équilatéral. ☐ rectangle. ☐ quelconque.

2 Soit les points A(–1 ; 1), B(3 ; 2), C(2 ; 6) et D(–2 ; 5).

Montrer que le quadrilatère ABCD est un carré.

$AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$, $BC = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$,

$CD = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$ et $AD = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

Le quadrilatère ABCD a ses 4 côtés de même longueur c'est donc un losange.

Or $AC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$ et $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{17})^2 + (\sqrt{17})^2 = 34 = AC^2$

Comme $AB^2 + BC^2 = AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. Donc ABCD est un carré.

3 On considère les points A(4 ; 2), B(5 ; –3), C(–1 ; 3) et D(9 ; 3).

1. Montrer que le point A est le centre du cercle circonscrit au triangle BCD.

$AB = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$, $AC = \sqrt{(-5)^2 + (1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ et

$AD = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$. A est à égale distance de B, de C et de D, c'est donc le centre du cercle circonscrit au triangle BCD.

2. Quelle est la nature du triangle ABD ?

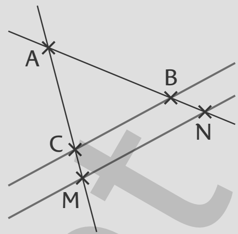
$AB = \sqrt{26}$, $AD = \sqrt{26}$ et $BD = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$. Or $BD^2 = 52$ et $AB^2 + AD^2 = 52 = BD^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en A. Le triangle ABD est donc isocèle et rectangle.

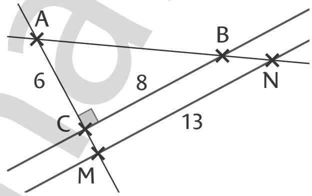
Configurations du plan

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/6702-27

- **Théorème de Pythagore** : ABC est un **triangle rectangle en A** $\Leftrightarrow$ $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- **Théorème de Thalès** : Si (CB) // (MN) et les droites (MC) et (BN) sont sécantes en A alors $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{CB}$
- **Réciproque du théorème de Thalès** : Si $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ et si A, C, M et A, B, N sont **alignés dans le même ordre** alors **(CB) // (MN)**.



1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

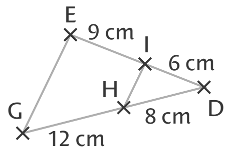


a. AB est égal à : ☐ 28 ☑ 10 ☐ 100 ☐ 12

b. AM est égal à : ☑ $\frac{6 \times 13}{8}$ ☐ $\frac{6 \times 8}{13}$ ☐ 3,7 ☑ 9,75

c. BN est égal à : ☐ 16,25 ☑ 6,25 ☑ $\frac{130}{8} - 10$ ☐ $\frac{130}{8}$

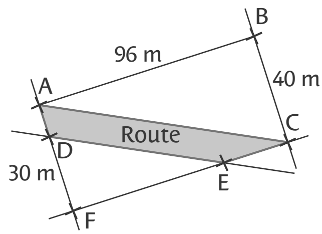
2 (EI) et (GH) sont sécantes en D.



Les droites (IH) et (EG) sont-elles parallèles ?

$\frac{DI}{DE} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ et $\frac{DH}{DG} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$. Donc $\frac{DI}{DE} = \frac{DH}{DG}$ et les points E, I et D sont alignés dans le même ordre que G, H et D donc les droites (IH) et (EG) sont parallèles.

3 Une prairie rectangulaire doit être traversée par une route rectiligne, toujours de même largeur.



On souhaite mettre une clôture de chaque côté de la nouvelle route.
Quelle est la longueur totale de cette clôture ?

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 96^2 + 40^2 = 10\,816$ donc AC = 104 m

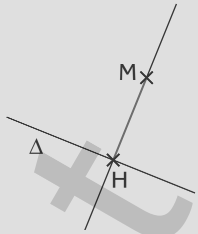
(DE) // (AC) et (AD) et (CE) sont sécantes en F, d'après le théorème de Thalès :
$\frac{FD}{FA} = \frac{FE}{FC} = \frac{DE}{AC}$ donc $\frac{30}{40} = \frac{DE}{104}$ donc $DE = \frac{30 \times 104}{40} = 78$ m.
La longueur totale de la clôture vaut donc AC + DE = 104 + 78 = 182 m.

FICHE 28
Projection orthogonale

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-28

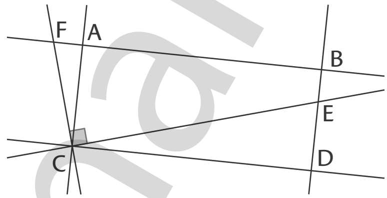
Soit une droite (Δ) et un point M du plan .

- On appelle **projeté orthogonal** du point M sur la droite (Δ) le point H de la droite (Δ) tel que les droites (**MH**) **et** (Δ) **soient perpendiculaires**.
- On appelle distance du point M à la droite (Δ) **la plus petite distance** séparant M de (Δ). Elle est égale à MH où H est le projeté orthogonal du point M sur (Δ).



1 Cocher la bonne case.

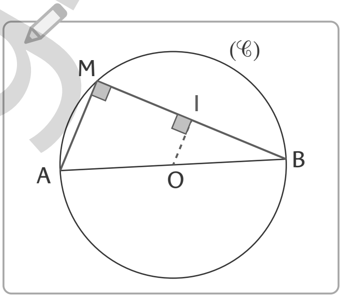
	Vrai	Faux
a. Le projeté orthogonal de F sur (EC) est le point C.	☑	☐
b. D est le projeté orthogonal de C sur (BE).	☑	☐
c. La distance du point A à la droite (CE) est AC.	☐	☑



ABDC est un rectangle et $(EC) \perp (FC)$.

2 $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de diamètre [AB] et M est un point du cercle.

Placer le point I, projeté orthogonal du point O sur la droite (BM). Montrer que I est le milieu de [BM].



O est le centre du cercle $(\mathscr{C})$ donc OM = OB.

I est le projeté orthogonal de O sur (BM) donc

(OI) est perpendiculaire à (BM). Donc la droite

(OI) est la médiatrice de [BM] donc I est le milieu de [BM].

3 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm et AC = 7 cm. On appelle H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Calculer la distance de A à la droite (BC).

Exprimer l'aire du triangle ABC de deux façons.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore,

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 7^2 = 65$ donc $BC = \sqrt{65}$.

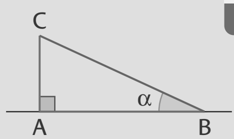
$\text{Aire}(ABC) = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{4 \times 7}{2} = 14$ et $\text{Aire}(ABC) = \dfrac{AH \times BC}{2} = \dfrac{AH \times \sqrt{65}}{2}$

D'où $14 = \dfrac{AH \times \sqrt{65}}{2}$ donc $AH = \dfrac{2 \times 14}{\sqrt{65}} = \dfrac{28}{\sqrt{65}} \approx 3{,}47$ cm.

FICHE **29**

Trigonométrie

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-29



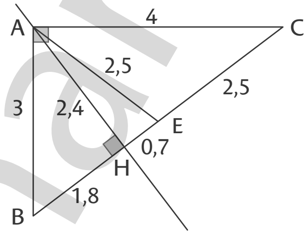
- Dans un triangle ABC rectangle en A :

$\mathbf{cos}(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\textbf{côté adjacent}}{\textbf{hypoténuse}}$

$\mathbf{sin}(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\textbf{côté opposé}}{\textbf{hypoténuse}}$ $\mathbf{tan}(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\textbf{côté opposé}}{\textbf{côté adjacent}}$

- Dans un triangle rectangle, on note α la mesure en degrés de l'un des deux angles aigus. On a $\mathbf{cos^2}(\alpha) + \mathbf{sin^2}(\alpha) = \mathbf{1}$.

1 **Cocher la réponse exacte.**



a. $\tan(\widehat{ABC})$ est égal à : ☐ 0,8 ☑ $\dfrac{4}{3}$ ☐ 0,6

b. $\cos(\widehat{BAH})$ est égal à : ☐ $\dfrac{1,8}{3}$ ☑ $\dfrac{2,4}{3}$ ☐ $\dfrac{2,4}{1,8}$

c. $\sin(\widehat{ACE})$ est égal à : ☐ $\dfrac{2,4}{3,2}$ ☐ $\dfrac{2,5}{4}$ ☑ $\dfrac{2,4}{4}$

2 On considère un triangle ABC rectangle en A tel que BC = 20 et AC = 12. M est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).

Faire une figure au brouillon.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ (arrondir au centième).

$\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{AC}{BC} = 0,6$ donc $\widehat{ACB} \approx 53,13°$.

2. En déduire la longueur AM arrondie au dixième.

Dans le triangle AMC rectangle en M, on a $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{AM}{AC}$

D'où $AM = 12\sin(\widehat{ACB}) \approx 9,6$.

3 Un joueur veut toucher la boule noire C avec la boule blanche E en rebondissant en D. On admet que $\widehat{ADC} = \widehat{BDE}$ et on pose $BD = x$ avec $x \in]0\,;90[$.

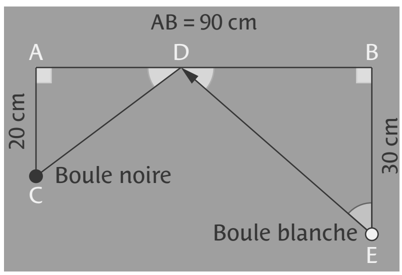
1. Montrer que x est solution de l'équation $30(90 - x) = 20x$ puis la résoudre.

$\tan(\widehat{ADC}) = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{20}{90 - x}$ et $\tan(\widehat{BDE}) = \dfrac{BE}{BD} = \dfrac{30}{x}$

D'où $\dfrac{20}{90 - x} = \dfrac{30}{x} \Leftrightarrow 20x = 30(90 - x)$

$\Leftrightarrow 20x + 30x = 2\,700 \Leftrightarrow 50x = 2\,700$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2\,700}{50} = 54$ cm.



2. Calculer $\widehat{ADC}$ en arrondissant au degré.

$\tan(\widehat{ADC}) = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{AC}{AB - BD} = \dfrac{20}{90 - 54} = \dfrac{20}{36} = \dfrac{5}{9}$

donc $\widehat{ADC} \approx 29°$

FICHE 30

Grandeurs et mesures

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-30

Formules de volumes

Pyramide de hauteur h	Cylindre de rayon r et de hauteur h	Boule de rayon r
$\mathcal{V} = \dfrac{\text{aire de la base} \times h}{3}$	$\mathcal{V} = \pi r^2 \times h$	$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi \times r^3$

Conversions de vitesses

$$\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \underset{\div 3{,}6}{\overset{\times 3{,}6}{\rightleftarrows}} \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

1 Cocher la réponse exacte.

a. Une mouette parcourt 4 200 m en 8 minutes. Sa vitesse en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ est :

☐ 0,526 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ☑ 31,5 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ☐ 48,5 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ☐ 201,6 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

b. Un minerai pèse 11 000 g et a un volume de 2,5 dm^3.
Sa masse volumique en $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ est :

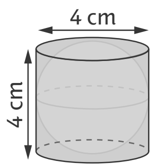
☐ 4 400 $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ ☐ 0,44 $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ ☑ 4,4 $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ ☐ 27,5 $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$.

2 L'énergie cinétique d'un objet est $E_c = \dfrac{1}{2} \times m \times v^2$ avec E_c en joule (J), la masse m de l'objet en kilogramme (kg) et sa vitesse v en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). Calculer l'énergie cinétique E_c (en J) d'un camion d'une tonne roulant à 110 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

$m = 1$ tonne $= 1\,000$ kg et $v = 110\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = \dfrac{110}{3{,}6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 30{,}56\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Donc $E_c \approx \dfrac{1}{2} \times 1000 \times (30{,}56)^2 \approx 466\,956{,}8$ J.

3 On place une boule dans un cylindre de diamètre et de hauteur égaux à 4 cm, le diamètre de la boule étant égal à celui du cylindre. On verse de l'eau dans le cylindre jusqu'à ce que le niveau arrive au sommet de la boule.

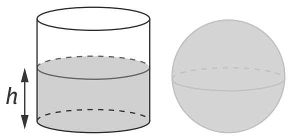


1. Quel volume d'eau a-t-on placé dans le cylindre ?

Volume d'eau = Volume du cylindre – Volume de la boule

$= \pi \times 2^2 \times 4 - \dfrac{4}{3}\pi \times 2^3 = \dfrac{16}{3}\pi \approx 16{,}75\ \text{cm}^3$

2. Si l'on retire la boule du cylindre, à quelle hauteur l'eau arrivera-t-elle ?



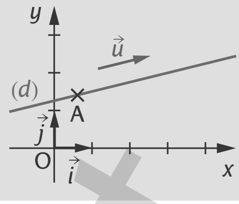
Volume de l'eau = Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon 2 cm.

Soit $\dfrac{16}{3}\pi = 4\pi h$ donc $h = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}33$ cm.

Équations cartésiennes de droites

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-31

- Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ toute droite (d) a une **équation cartésienne** de la forme $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ avec $(a\,;b)\neq(0{,}0)$.
  Le vecteur $\vec{u}(-b\,;a)$ est un **vecteur directeur** de (d).
- Un point $\mathrm{A}(x_\mathrm{A}\,;y_\mathrm{A})\in(d) \Leftrightarrow ax_\mathrm{A}+by_\mathrm{A}+c=0$.



1 **Relier chaque point aux droites auxquelles il appartient.**

A(0 ; 3)	$2x-3y+4=0$
$\mathrm{B}\left(1\,;-\dfrac{1}{2}\right)$	$-4x+6y+7=0$
C(1 ; 2)	$5x-y+3=0$
$\mathrm{D}\left(\dfrac{1}{5}\,;3\right)$	$y=5x+2$
	$y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}$

2 **Compléter le tableau.**

Équation cartésienne	Vecteur directeur	Un point
$2x-4y+5=0$	$\vec{u}(4\,;2)$	A(2 ; 2,25)
$4x-8=0$	$\vec{u}(0\,;4)$	A(2 ; 5)
$4x+3y-11=0$	$\vec{u}(-3\,;4)$	A(5 ; –3)

3 Soit A(4 ; 3), B(–2 ; 5).

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}(-6\,;2)$ donc $a=2$ et $b=6$. Une équation cartésienne de (AB) est donc

$2x+6y+c=0$. Or $\mathrm{A}\in(\mathrm{AB})$ donc $2\times x_\mathrm{A}+6\times y_\mathrm{A}+c=0$ donc $2\times4+6\times3+c=0$

donc $c=-26$. Une équation de la droite (AB) est donc $2x+6y-26=0$.

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) parallèle à (AB) passant par le point D(–4 ; 7).

(d) est parallèle à (AB) donc une équation cartésienne de (d) est $2x+6y+c=0$.

Le point $\mathrm{D}\in(d)$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation de la droite (d).

$2x_\mathrm{D}+6y_\mathrm{D}+c=0$ donc $2\times(-4)+6\times7+c=0$ donc $c=-34$

Donc une équation cartésienne de la droite (d) est $2x+6y-34=0$.

Équations réduites de droites

- Lorsqu'une droite (d) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a pour **équation réduite** $\boldsymbol{y = mx + p}$. Sinon, son équation est $x = k$.
  $\boldsymbol{m}$ est le **coefficient directeur** et $\boldsymbol{p}$ est l'**ordonnée à l'origine** de (d).
- La droite (d) est la courbe de la fonction affine f définie par $\boldsymbol{f(x) = mx + p}$.
- Si A $(x_A\,;y_A)$ et B $(x_B\,;y_B)$ sont tels que $x_A \neq x_B$ alors le **coefficient directeur** (ou **pente**) de la droite (AB) est $\boldsymbol{m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la droite passant par A(2 ; 5) et B(2 ; 8) :

☐ est parallèle à l'axe (OI). ☑ est parallèle à l'axe (OJ). ☑ a pour équation $x = 2$.

b. La droite passant par A(8 ; 2) et B(4 ; 20) a un coefficient directeur égal à :

☑ $\dfrac{18}{-4}$. ☐ $-\dfrac{4}{18}$. ☑ $-4{,}5$.

c. Soit f une fonction affine telle que $f(2) = 3$ et $f(-4) = 7$ alors la droite représentant f a pour ordonnée à l'origine :

☐ $\dfrac{5}{3}$. ☑ $\dfrac{13}{3}$. ☐ $-\dfrac{2}{3}$.

2 Compléter le tableau.

Point A	Point B	Pente de la droite (AB)	Ordonnée à l'origine	Équation réduite
A(2 ; 1)	B(7 ; 11)	2	–3	$y = 2x - 3$
A(–2 ; 7)	B(1 ; –2)	–3	1	$y = -3x + 1$
A(3 ; 10)	B(–4 ; 10)	0	10	$y = 10$

3

Une citerne contient 10 000 litres d'eau. Le robinet qui permet de la vider a un débit de 4 litres d'eau par minute. On note f la fonction représentant la quantité d'eau restant dans la citerne lorsque son robinet est ouvert pendant x minutes.

1. Après avoir déterminé l'ensemble de définition de f, donner l'expression de f en fonction de x.

$\dfrac{10\,000}{4} = 2\,500$ donc f est définie sur $[0\,;2\,500]$ par $f(x) = 10\,000 - 4x$.

2. Au bout de combien de temps la citerne sera-t-elle à moitié vide ?

On résout $10\,000 - 4x = 5\,000 \Leftrightarrow x = 1\,250$ min $= 20$ h 50 min.

Représentation graphique

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-33

- Pour **vérifier qu'un point appartient à la droite d'équation** $y = ax + b$, on calcule $a \times$ son abscisse $+ b$. Si le résultat est égal à son ordonnée, le point est sur la droite sinon, il n'appartient pas à cette droite.
- Pour **déterminer les coordonnées d'un point de la droite** (d) dont on connaît une équation, on choisit une valeur pour x, on remplace dans l'équation de (d), et on calcule.
- Pour **déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite**, on a deux cas suivant la forme de l'équation :
  - sous forme **cartésienne** $ax + by + c = 0$ alors $\vec{u}(-b\,;a)$ **est un vecteur directeur**
  - sous forme **réduite** $y = mx + p$ alors $\vec{u}(1\,;m)$ **est un vecteur directeur.**

1 **Relier les points aux droites auxquelles ils appartiennent.**

A(3 ; 3) B(1 ; 3) C(–1 ; –5) D(–6 ; –12)

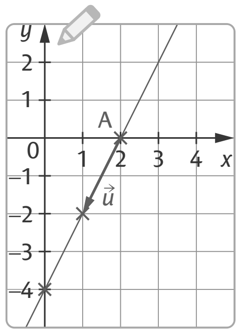
$y = 4x - 1$ $\qquad$ $-5x + 3y + 6 = 0$

2 Tracer la droite d'équation $-2x + y + 4 = 0$ dans le repère ci-contre.

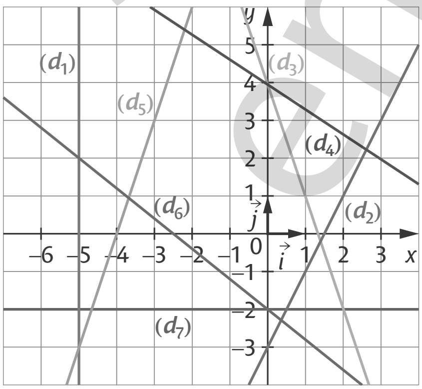
On peut utiliser soit deux points, soit un point et un vecteur directeur de la droite.

Si on pose $y = 0$ alors $-2x + y + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Le point A(2 ; 0) $\in (d)$. La droite (d) a pour vecteur directeur $\vec{u}(-1;-2)$.



3 Déterminer une équation de chacune des droites tracées



$(d_1) : x = -5$

$(d_2) : y = 2x - 3$

$(d_3) : y = -3x + 4$

$(d_4) : y = -\dfrac{2}{3}x + 4$

$(d_5) : y = 3x + 12$

$(d_6) : y = -\dfrac{4}{5}x - 2$

$(d_7) : y = -2$

Positions relatives de deux droites

◗ On considère deux droites du plan, non parallèles à l'axe des ordonnées.

Soit deux droites données par	alors elles sont parallèles si
leurs équations réduites	elles ont le même coefficient directeur
leurs équations cartésiennes	leurs vecteurs directeurs sont colinéaires

• 1 Associer les droites parallèles entre elles.

$(d_1) : y = 2x - 4.$ — $(d_2) : x + 5y - 1 = 0.$

(d_3) : passant par A(3 ; 4) et B(6 ; 7). — $(d_4) : -2x + 2y + 5 = 0.$

$(d_5) : y = -\frac{1}{5}x + 3.$ — $(d_6) : -6x + 3y - 7 = 0.$

: 2 Déterminer une équation de la droite (d_1) passant par A(–4 ; –3) et parallèle à la droite (d) d'équation $y = 2x - 5$.

(d_1) a pour équation $y = 2x + b$. De plus $-3 = 2 \times (-4) + b$ donc $b = 5$ donc (d_1) a pour équation $y = 2x + 5$.

⁝ 3 Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, soit les points A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(1 ; 1), D(0 ; 1), $E\left(\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $F\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{1}{2}\right)$. Déterminer les équations des droites (DE) et (DF). Que peut-on en déduire ?

Pour l'équation réduite de (DE) : $m = \dfrac{y_E - y_D}{x_E - x_D} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 0} = \dfrac{\frac{\sqrt{3} - 2}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} - 2.$

Donc $y = (\sqrt{3} - 2)x + p$ et $p = 1$ (ordonnée à l'origine qui correspond au point D) donc l'équation de (DE) est $y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$.

Pour l'équation réduite de (DF) : $m = \dfrac{y_F - y_D}{x_F - x_D} = \dfrac{\frac{1}{2} - 1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} == \dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} = \dfrac{-1}{2 + \sqrt{3}}$

$= \dfrac{-1(2 - \sqrt{3})}{1} = \sqrt{3} - 2$

Donc $y = (\sqrt{3} - 2)x + p$ et $p = 1$ donc l'équation de (DF) est $y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$.

Les droites (DE) et (DF) ont la même équation. Elles sont donc confondues donc les points D, E, F sont alignés.

FICHE **35**

Système d'équations

- Soit le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ avec a, b, c, a', b', c' réels.

$ab' - a'b \neq 0$ → Une seule solution

$ab' - a'b = 0$ → Aucune solution ; Une infinité de solutions

- **Résolution par substitution**
On écrit, à partir d'une des équations, l'une des deux inconnues en fonction de l'autre, puis on remplace dans la deuxième équation.
- **Résolution par combinaison linéaire**
On multiplie une (ou les deux) équation(s) de manière à obtenir des coefficients de x (ou de y) opposés, puis on additionne membre à membre les deux équations.

1 **Cocher le(s) système(s) qui admet(tent) une unique solution.**

☑ $\begin{cases} 2x+5y=8 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} -3x-6y=1{,}3 \\ 2x+4y=-6 \end{cases}$ ☑ $\begin{cases} 0{,}5x+4y=1 \\ -x+16y=2 \end{cases}$

2 **1.** Résoudre par substitution le système $\begin{cases} 2x+5y=1 \\ x-4y=-6 \end{cases}$

$2\times(-4)-1\times 5 \neq 0$ donc le système admet une unique solution

$\begin{cases} 2x+5y=1 \\ x=-6+4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-6+4y)+5y=1 \\ x=-6+4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y=13 \\ x=-6+4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases}$ donc $S=\{(-2\,;1)\}$

2. Résoudre par combinaison linéaire le système $\begin{cases} 2x+5y=-11 \\ 3x-4y=18 \end{cases}$

$2\times(-4)-3\times 5 \neq 0$ donc le système admet une unique solution.

$\begin{cases} 2x+5y=-11 \\ 3x-4y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+15y=-33 \\ -6x+8y=-36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+15y=-33 \\ 23y=-69 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+15(-3)=-33 \\ y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ donc $S=\{(2\,;-3)\}$.

3 Yacine a acheté 5 stylos et 7 feutres et a payé 20,70 €. Mathilde a acheté 3 stylos et 12 feutres et a payé 28,80 €. Combien coûte un stylo et combien coûte un feutre ?

Faire les calculs au brouillon.

Soit x le prix d'un stylo et y le prix d'un feutre. On résout le système $\begin{cases} 5x+7y=20{,}70 \\ 3x+12y=28{,}80 \end{cases}$. Un stylo coûte 1,20 € et un feutre coûte 2,10 €.

Instructions conditionnelles Python

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-36

- On appelle **instructions conditionnelles** des lignes de code qui seront exécutées sous certaines conditions.

Instruction	Commande Python

Exécuter les instructions A si condition est **Vrai**.
Exécuter les instructions B si condition est **Faux**.
	`if condition :`
	`  Instructions A`
	`else :`
	`  Instructions B`

- Le programme fera un test qui renverra une valeur booléenne (**Vrai** ou **Faux**) et en fonction de la valeur renvoyée, il effectuera certaines instructions.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Si on entre `jeu(5,5)` alors le programme renvoie **Gagné !**	☐	☑
b. Si on entre `jeu(6,8)` alors le programme renvoie **Gagné !**	☑	☐

```
def jeu(x,y):
    N=x**2+y**2
    if N==100:
        p="Gagné!"
    else:
        p="Perdu…"
    return p
```

2

1. Compléter le programme ci-contre.

2. Que renvoie la fonction `colineaires(3,-5,-6,10)` ?

True

```
def colineaires(x1,y1,x2,y2):
  if (x1*y2-y1*x2)==0 :
    return True
  else :
    return False
```

3 Créer un programme qui simule le lancer de deux dés et qui affiche **"Gagné!"** si l'obtient 7 en ajoutant les chiffres lus sur chaque dé et **"Perdu…"**, sinon.

```
from random import*
de1=randint(1,6)
de2= randint(1,6)
print (de1,de2)
if de1+de2==7 :
    print("Gagné!")
else :
    print("Perdu…")
```

FICHE 37

Notion de fonction

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-37

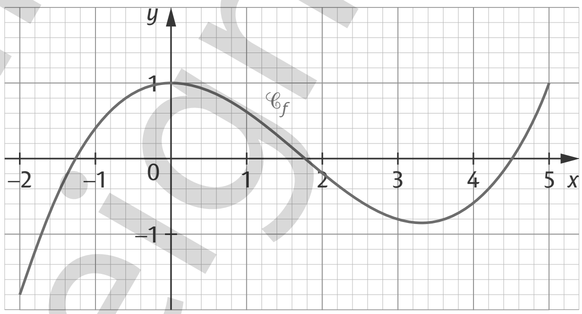
- Soit I un intervalle (ou une réunion d'intervalles) de $\mathbb{R}$. Définir une fonction sur I, c'est associer à tout réel x de I un unique réel noté $f(x)$.
- On dit que : y est **l'image** de x par la fonction f et x est **un antécédent** de y par la fonction f.
- Dans le plan muni d'un repère, **la courbe d'équation $y = f(x)$** est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient la relation $y = f(x)$.

1 **Cocher la bonne case.**

Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 4x + 10$.

	Vrai	Faux
a. $f(-1) = 13$.	☐	☑
b. Le point de coordonnées (1 ; 7) appartient à la courbe de f.	☑	☐
c. Un antécédent de 7 est –3.	☐	☑

2 Soit f une fonction représentée par $\mathscr{C}_f$ sur [–2 ; 5] dans un repère. Compléter.



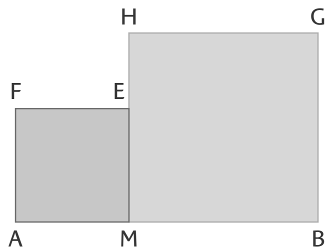
a. L'ensemble de définition de f est : [–2 ; 5].

b. L'image de 0 est : 1

et les antécédents de 1 sont : 0 et 5.

c. Le point de coordonnées (–1 ; 0,4) appartient à $\mathscr{C}_f$.

3 Soit un segment [AB] de longueur 8 cm. On place un point M sur [AB] et on construit les carrés AMEF et MBGH. On pose AM = x.



1. Dans quel intervalle varie x ? $x \in [0 ; 8]$

2. Soit f la fonction qui à la longueur AM associe l'aire totale des deux carrés.
Montrer que $f(x) = 2x^2 - 16x + 64$.

$f(x) = AM^2 + MB^2 = x^2 + (8 - x)^2$

$= x^2 + 64 - 16x + x^2 = 2x^2 - 16x + 64$

3. Trouver, à la calculatrice, où placer M pour que l'aire soit égale à 40 cm².

$x = 2$ et $x = 6$.

FICHE
38 Fonction affine

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-38

- Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est **affine** lorsqu'il existe deux réels $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{p}$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{f(x) = mx + p}$.
- La courbe représentative d'une fonction affine f est la **droite** passant par les points A(a ; $f(a)$) et B(b ; $f(b)$) de **coefficient directeur** (ou **pente**) $\boldsymbol{m}$ et d'**ordonnée à l'origine** $\boldsymbol{p}$.

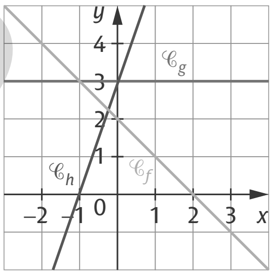
Si $a \neq b$, alors : $$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

1 **Cocher la bonne case.**

On considère une fonction affine f.

	Vrai	Faux
a. Si $f(x) = 3x$ alors l'ordonnée à l'origine est 3.	☐	☑
b. Si $f(x) = 5 - 4x$ alors le coefficient directeur est –4.	☑	☐
c. Si $f(4) = 10$ et $f(3) = 8$ alors le coefficient directeur est $m = \dfrac{4-3}{10-8}$.	☐	☑
d. Si $f(x) = -2x + p$ et $f(3) = 5$ alors $p = 11$.	☑	☐

2 Par lecture graphique, donner les expressions des fonctions affines f, g et h.



Pour la courbe $\mathscr{C}_f$ on a $f(x) = -x + 2$

Pour la courbe $\mathscr{C}_g$ on a $g(x) = 3$

Pour la courbe $\mathscr{C}_h$ on a $h(x) = 3x + 3$

3 On considère la fonction affine f telle que $f(3) = 1$ et $f(5) = 7$. Déterminer $f(-6)$.

Déterminer l'expression $f(x)$.

$f(x) = mx + p$ et $m = \dfrac{7-1}{5-3} = \dfrac{6}{2} = 3$ donc $f(x) = 3x + p$

or $f(3) = 1$ donc $3 \times 3 + p = 1$ donc $p = -8$ d'où $f(x) = 3x - 8$.

On a donc $f(-6) = 3 \times (-6) - 8 = -26$

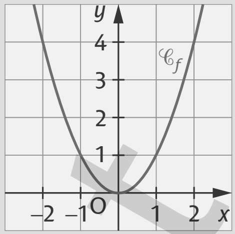
FICHE 39
Fonction carré

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-39

- La **fonction carré** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2$$

- Sa courbe $\mathscr{C}_f$ est une **parabole.**
Dans un repère orthogonal, elle est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.



1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Les carrés de deux réels opposés sont opposés.	☐	☑
b. Si $x^2 = 9$ alors $x = 3$.	☐	☑
c. Si $x < 5$ alors $x^2 > 25$.	☐	☑
d. Si $x^2 \geqslant 1$ alors $x > 1$.	☐	☑

2 Compléter le tableau.

Encadrement de x	Encadrement de x^2
$2 < x < 5$	$4 < x^2 < 25$
$-3 < x < -2$	$4 < x^2 < 9$
$-3 < x < 5$	$0 < x^2 < 25$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

Utiliser la courbe de la fonction carré.

a. $x^2 = 4$ $\quad S = \{-2\,;2\}$

b. $x^2 = -8$ $\quad S = \varnothing$

c. $(x-1)^2 = 9$ $\quad S = \{4\,;-2\}$

d. $(x+7)^2 = 2$ $\quad S = \left\{\sqrt{2}-7\,;-\sqrt{2}-7\right\}$

e. $x^2 < 9$ $\quad S =]-3\,;3[$

f. $x^2 > 2$ $\quad S = \left]-\infty\,;-\sqrt{2}\right[\cup \left]\sqrt{2}\,;+\infty\right[$

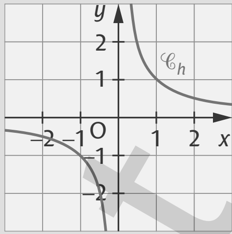
g. $x^2 + 7 \leqslant 12$ $\quad S = \left]-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\right[$

Fonction inverse

- La **fonction inverse** est la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$h(x) = \frac{1}{x}$$

- Sa courbe $\mathscr{C}_h$ est une **hyperbole**.
  Dans un repère orthogonal, elle est **symétrique par rapport à l'origine O du repère**.



1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Les inverses de deux réels opposés non nuls sont opposés.	☑	☐
b. Si $\frac{1}{x} = 9$ alors $x = \frac{9}{1}$.	☐	☑
c. Si $-2 \leqslant \frac{1}{x} \leqslant -1$ alors $x \in [-1\,;-0{,}5]$.	☑	☐
d. Si $x < 5$ alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{5}$.	☐	☑

2 Compléter le tableau.

Encadrement de x	Encadrement de $\frac{1}{x}$
$x > 2$	$0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$
$3 < x < 7$	$\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$
$x < -3$	$-\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < 0$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

a. $\frac{1}{x} = 4$ $\quad S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$

b. $\frac{1}{x} = \frac{7}{4}$ $\quad S = \left\{\frac{4}{7}\right\}$

c. $\frac{1}{x} = -8$ $\quad S = \left\{-\frac{1}{8}\right\}$

d. $\frac{1}{x} \geqslant 5$ $\quad S = \left]0\,;\frac{1}{5}\right]$

e. $\frac{1}{x} < -1$ $\quad S =]-1\,;0[$

f. $\frac{1}{x} \leqslant 3$ $\quad S =]-\infty\,;0[\cup \left[\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$

Penser à utiliser la courbe de la fonction inverse.

FICHE 41

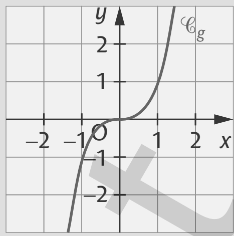
Fonction cube

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-41

- La **fonction cube** est la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3$$

- Dans un repère orthogonal, sa courbe $\mathscr{C}_g$ est **symétrique par rapport à l'origine O du repère.**



1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Les cubes de deux réels opposés sont opposés.	☑	☐
b. Si $x^3 = 9$ alors $x = 3$.	☐	☑
c. Si $-8 \leqslant x^3 \leqslant -1$ alors $x \in [-2\,;-1]$.	☑	☐
d. L'équation $x^3 = 1\,000$ admet deux solutions.	☐	☑

2 Compléter le tableau

Encadrement de x	Encadrement de x^3
$2 < x < 3$	$8 < x^3 < 27$
$-3 < x \leqslant 4$	$-27 < x^3 \leqslant 64$
$-1 \leqslant x < -0{,}1$	$-1 \leqslant x^3 < -0{,}001$

3 **1.** À l'aide d'une calculatrice, conjecturer le nombre de solutions de l'équation $x^3 + 2x^2 - 5x - 10 = 0$.

On conjecture qu'il y a 3 solutions.

2. Vérifier que pour tout réel x, on a $x^3 + 2x^2 - 5x - 10 = (x+2)(x^2-5)$.

$(x+2)(x^2-5) = x^3 - 5x + 2x^2 - 10 = x^3 + 2x^2 - 5x - 10$

3. En déduire les solutions de l'équation $x^3 + 2x^2 - 5x - 10 = 0$.

D'après la question précédente, l'équation est équivalente à $(x+2)(x^2-5) = 0 \Leftrightarrow (x+2)$ ou $(x^2-5) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$ donc $S = \left\{-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\,;-2\right\}$

On pourra utiliser les fiches 14 et 39.

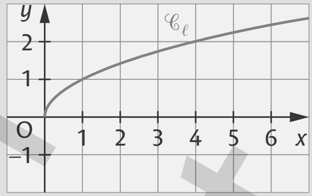
FICHE 42

Fonction racine carrée

- La fonction **racine carrée** est la fonction ℓ définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$$\ell(x) = \sqrt{x}$$

- Tout nombre **réel positif** ou nul x admet une racine carrée et on a $\sqrt{x} \geqslant 0$.



1 Cocher la (les) réponse(s) exacte(s).

a. Si $\sqrt{x} \leqslant 9$ alors on a :

☐ $0 \leqslant x \leqslant 4{,}5$ ☐ $0 \leqslant x \leqslant 3$ ☑ $0 \leqslant x \leqslant 81$

b. Un antécédent de 5 par la fonction racine carrée est :

☐ -25 ☑ 25 ☐ $\sqrt{5}$ ☐ $2{,}5$

c. Par la fonction racine carrée l'image de 100 est :

☑ 10 ☐ 50 ☐ -10 ☐ -50

2 Compléter le tableau.

Encadrement de x	Encadrement de $\sqrt{x}$
$4 < x < 9$	$2 < \sqrt{x} < 3$
$0 < x \leqslant 7$	$0 < \sqrt{x} \leqslant \sqrt{7}$
$x < 81$	$0 \leqslant \sqrt{x} < 9$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}_+$ les équations et inéquations suivantes.

a. $\sqrt{x} = 100$ $S = \{10\,000\}$

b. $8 - \sqrt{x} = -7$ $\Leftrightarrow -\sqrt{x} = -7 - 8 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 15$ donc $S = \{225\}$

c. $2\sqrt{x} - \dfrac{1}{4} = 2$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 2 + \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = \dfrac{9}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{9}{8}$ donc $S = \left\{\dfrac{81}{64}\right\}$

d. $\sqrt{x} > 5$ $\Leftrightarrow x > 25$ donc $S =]25\,;+\infty[$

e. $-8\sqrt{x} \leqslant -16$ donc $\sqrt{x} \geqslant -\dfrac{16}{-8}$ donc $\sqrt{x} \geqslant 2$ d'où $S = [4\,;+\infty[$

Résolution graphique d'équations

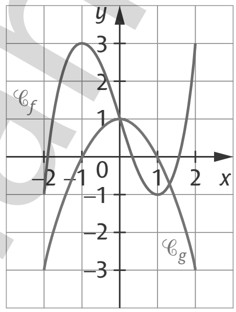
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-43

On considère deux fonctions f et g définies sur un même ensemble $\mathscr{D}$.

- Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonné est k**.
- Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les **abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g**.

1 Cocher la (les) réponse(s) exacte(s).

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes des fonctions f et g sur $[-2\,;2]$.



a. Les solutions de $f(x) = -1$ sont les réels :

☐ 3. ☐ 2 et 3. ☑ –2 et 1.

b. L'équation $f(x) = 2$ possède :

☐ une solution environ égale à 2.
☑ trois solutions.
☐ aucune solution.

c. L'équation $f(x) = 3$ possède :

☐ une solution. ☑ deux solutions. ☐ trois solutions.

2 À l'aide de la figure de l'exercice précédent, résoudre graphiquement :

a. $g(x) = -3$ $S = \{-2\,;2\}$

b. $g(x) = 0$ $S = \{-1\,;1\}$

c. $f(x) = g(x)$ $S = \{0\,;1{,}3\}$

3 Soit f et g des fonctions définies sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et $g(x) = x^2 + 7$.

1. À l'aide de la calculatrice, donner une estimation des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

Un seul point d'intersection d'abscisse $x \approx 0{,}14$.

2. Compléter le programme Python suivant pour qu'il affiche une valeur approchée de la solution.

```
x=0.01
while 1/x > x**2+7 :
      x=x+0.01
print(x)
```

FICHE 44

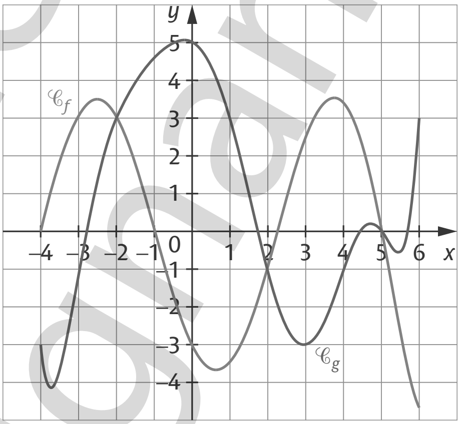
Résolution graphique d'inéquations

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-44

On considère deux fonctions f et g définies sur un même ensemble $\mathcal{D}$.

- Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonnée est strictement inférieure à k**.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les **abscisses des points de la courbe de f situés en dessous de la courbe de g**.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).



$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes des fonctions f et g sur $[-4\,;6]$.

a. $f(x) \geqslant 0$ sur :

☐ $[0\,;6]$.
☐ $[2\,;5]$.
☑ $[-4\,;-1]$.

b. L'ensemble des solutions de $f(x) < 0$ est :

☑ $]-1\,;2{,}3[\cup]5\,;6]$.
☐ $]-1\,;2{,}3[\cup]5\,;6[$.
☐ $[-1\,;2{,}3]\cup[5\,;6]$.

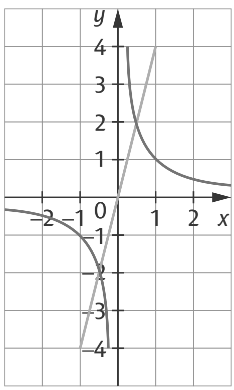
2 À l'aide de la figure de l'exercice précédent, résoudre graphiquement :

a. $g(x) > 3$ $S =]-2\,;1[$.

b. $g(x) \leqslant -1$ $S = [-4\,;-3]\cup[2\,;4]$.

c. $f(x) < g(x)$ $S =]-2\,;2[\cup]5\,;6]$.

3 L'une des deux courbes ci-contre est celle de la fonction inverse f, l'autre est celle de la fonction affine g définie par $g(x) = 4x$ sur l'intervalle $[-1\,;1]$.



a. Identifier ces deux fonctions.

La courbe de la fonction inverse f est en vert et la courbe de la fonction affine g est en orange.

b. Résoudre graphiquement $4x < \dfrac{1}{x}$.

$S =]-\infty\,;-0{,}5[\cup]0\,;0{,}5[$

FICHE 45

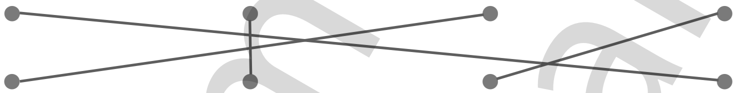
Signe d'une fonction

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-45

- Une fonction f définie sur un ensemble $\mathscr{D}$ est :
  - **positive** si, pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $f(x) \geqslant 0$.
  - **négative** si, pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $f(x) \leqslant 0$.
- Étudier le signe d'une fonction consiste à déterminer les intervalles sur lesquels elle est positive et ceux sur lesquels elle est négative.

1 **Relier chaque fonction à son tableau de signes.**

Fonction carré — Fonction cube — Fonction racine carrée — Fonction inverse



x	0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

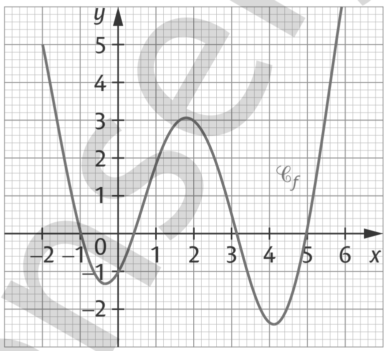
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	||	$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

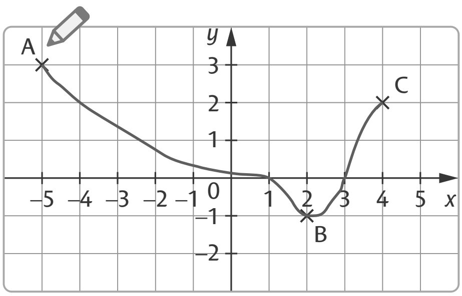
2 Compléter le tableau de signes ci-contre de la fonction f définie sur $[-2\,;6]$ à l'aide de sa courbe représentative.

x	-2		-1		$0{,}4$		$3{,}1$		5		6
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	



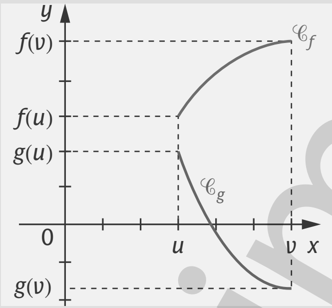
3 Tracer une courbe qui passe par les points A, B, C indiqués et dont le tableau de signes est donné ci-dessous.

x	-5		1		3		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

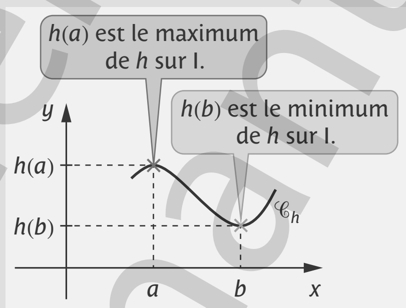


Variations et extremums

- f est **croissante** sur I
  $\Leftrightarrow$ pour tous réels u et v de I
  si $u \leqslant v$ alors $f(u) \leqslant f(v)$.
- g est **décroissante** sur I
  $\Leftrightarrow$ pour tous réels u et v de I
  si $u \leqslant v$ alors $g(u) \geqslant g(v)$.



- h admet un **maximum en a** sur I signifie que pour tout réel x de I, **$h(x) \leqslant h(a)$.**
- h admet un **minimum en b** sur I signifie que pour tout réel x de I, **$h(x) \geqslant h(b)$.**



1 **Cocher la (les) réponse(s) exacte(s).**

Soit le tableau de variations de la fonction f.

x	-7		3		5		10
f	-9	↗	-1	↘	-3	↗	4

a. f est croissante sur :

☑ $[5\,;10[$ ☐ $[-9\,;-1]$ ☑ $[-3\,;-1]$

b. Le maximum de f sur $[-5\,;5]$ est :

☐ 5 ☑ -1 ☐ -4

c. D'après le tableau de variations :

☑ $f(-6) > -9$ ☑ $f(4) > f(5)$ ☐ $f(0) < f(6)$

2 **Compléter.**

a. La fonction racine carrée admet un maximum égal à $\sqrt{5}$ sur $[2\,;5]$.

b. Sur $[-1\,;3]$, le minimum de la fonction carré est atteint en 0.

c. La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

d. Puisque la fonction racine carrée est croissante sur $[3\,;9]$, on peut dire que $\sqrt{3} < 3$.

3 Soit f une fonction définie sur $[-3\,;4]$ telle que : $f(-3) = 2$, $f(2) = -4$ et $f(4) = 0$.
f est décroissante sur $[-3\,;2]$ et croissante sinon.

1. Encadrer $f(x)$ pour $x \in [-3\,;2]$ $-4 \leqslant f(x) \leqslant 2$

2. Encadrer $f(x)$ pour $x \in [-3\,;4]$ $-4 \leqslant f(x) \leqslant 2$

Faire un tableau de variations au brouillon.

Fonctions paire et impaire

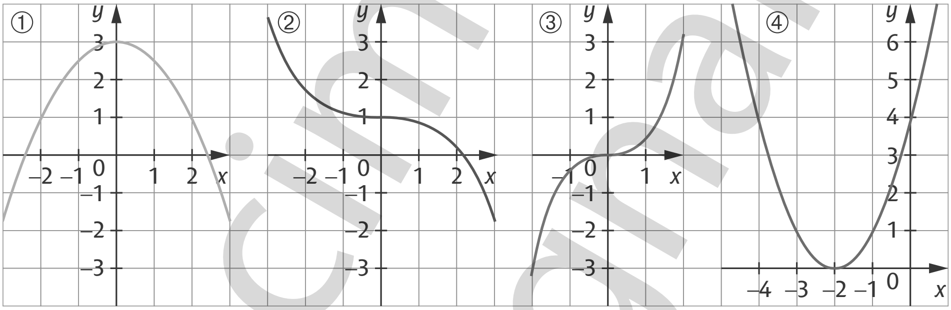
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-47

f est une fonction définie sur I.

- f est **paire** si l'intervalle I est centré en 0 et si pour tout réel x de I,
$$f(-x) = f(x)$$
- f est **impaire**, si l'intervalle I est centré en 0 et si pour tout réel x de I,
$$f(-x) = -f(x)$$

Dans un repère orthogonal :
- la courbe d'une fonction impaire est **symétrique par rapport à l'origine O** du repère.
- la courbe d'une fonction paire est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.**

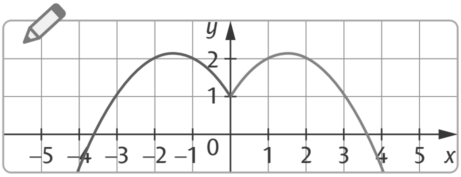
1 Cocher la réponse exacte.



La fonction représentée par :

a. la courbe ① est :	☑ paire.	☐ impaire.	☐ ni paire ni impaire.
b. la courbe ② est :	☐ paire.	☐ impaire.	☑ ni paire ni impaire.
c. la courbe ③ est :	☐ paire.	☑ impaire.	☐ ni paire ni impaire.
d. la courbe ④ est :	☐ paire.	☐ impaire.	☑ ni paire ni impaire.

2 Compléter le tracé de la courbe ci-contre sachant qu'elle représente une fonction paire.



3 f est une fonction impaire définie sur $[-5 ; 5]$.

f est décroissante sur $[-5 ; -2]$, croissante sur $[-2 ; 0]$ et sa courbe passe par les points A(–5 ; 1) et B(–2 ; –3). Donner le tableau de variations de f :

x	–5		–2		0		2		5
f	1	↘	–3	↗			3	↘	–1

Boucles Python

- La **boucle bornée** `Pour k variant de … à …` permet d'exécuter un nombre de fois fixé un bloc d'instructions.
- La **boucle non bornée** `Tant que …` permet d'exécuter un même bloc d'instructions tant qu'une condition reste vraie.

Instruction	Commande Python

• La variable `k` prend successivement toutes les valeurs entières de `0` à `9`.
• La variable `k` prend les valeurs de `a` à `b-1` avec un pas de `c` (où `a`, `b` et `c` sont des entiers relatifs)
	`for k in range(10) :`
	`  Instruction 1`
	`  Instruction 2 etc.`
	`for k in range(a,b,c) :`
	`  Instruction 1`
	`  Instruction 2 etc.`

Tant que la variable `m` est inférieure ou égale à `10`, on effectue le bloc d'instructions.
La condition d'arrêt est `m>10`.
	`while m<=10 :`
	`  Instruction 1`
	`  Instruction 2 etc.`

1 **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Avec l'instruction `for i in range(1,4)`, la variable `i` prend toutes les valeurs entières de `1` à `4`.	☐	☑
b. Avec l'instruction `for k in range(5)`, la variable `k` prend cinq valeurs.	☑	☐
c. Avec l'instruction `for l in range(1,8,2)`, la variable `l` prend les valeurs `1,3,5,7`.	☑	☐

2 Compléter le programme ci-contre afin que la variable `A` contienne la somme des inverses de `1` à `50`.

```
A=0
for i in range (1,51):
  A = A+1/i
```

3 Le 1[er] janvier 2015, Fatima a placé sur son livret d'épargne 1 500 € à un taux de 1,5 % pour acheter un scooter qui coûte 1 850 €.

Compléter le programme ci-contre pour calculer le nombre d'années nécessaires à Fatima pour l'achat de son scooter.

```
somme=1500
annee=2015
while somme<1850:
  somme=1.015*somme
  annee=annee+1
print(annee)
```

FICHE **49**

Proportions et pourcentages

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-49

- Soit E un ensemble et A une partie de E.
  La **proportion** des éléments de A parmi ceux de E est le quotient :

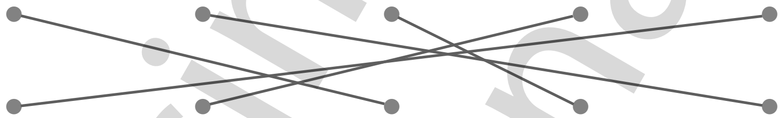
$$\frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de E}}$$

proportion = fréquence

- On **multiplie ce résultat par 100** pour avoir le **pourcentage** d'éléments de A parmi ceux de E.
- Prendre **t % de V** revient à **multiplier V par** $\frac{t}{100}$.

1 **Relier chaque pourcentage à son résultat.**

10 % de 250 — 17 % de 38 — 32 % de 70 — 20 % de 46 — 25 % de 54



13,5 — 9,2 — 25 — 22,4 — 6,46

2 Un club de handball organise une rencontre entre la ville de Compiègne et la ville de Beauvais. Les joueurs sont encouragés par 350 spectateurs dont 70 % sont compiégnois. De plus, 80 % des spectateurs de Beauvais et 20 % des spectateurs compiégnois possèdent une licence de handball. Compléter le tableau suivant.

	Licenciés	Non licenciés	Total
Compiègne	49	196	245
Beauvais	84	21	105
Total	133	217	350

3 Les 1 575 enfants de moins de 15 ans représentent 31,5 % des habitants de cette ville. Dans cette même ville, il y a 54 % de femmes.
Combien y a-t-il de femmes dans cette ville ?

On calcule d'abord le nombre N d'habitants de la ville $1575 = \frac{31,5}{100}N$ donc

$N = 1575 \times \frac{100}{31,5} = 5\,000$ habitants. On calcule ensuite le nombre de femmes

$n = \frac{54}{100}N = \frac{54}{100} \times 5\,000 = 2\,700$. Il y a donc 2 700 femmes dans cette ville.

FICHE 50

Notion d'évolution

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-50

On considère une quantité positive qui évolue d'une valeur initiale V_I à une valeur finale V_F.

- La **variation absolue** de cette quantité est le nombre $V_F - V_I$.
- La **variation relative (ou taux d'évolution)** est le nombre $t = \dfrac{V_F - V_I}{V_I}$.
- $V_F = (1+t) \times V_I$
  $c = 1 + t$ est le **coefficient multiplicateur** de V_I à V_F.

Pour une augmentation, $t \geqslant 0$.
Pour une diminution $t \leqslant 0$.

$$V_I \xrightarrow{\times(1+t)} V_F$$

1 **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Augmenter de 36 % revient à multiplier par 1,36.	☑	☐
b. Augmenter de 4 % revient à multiplier par 1,4.	☐	☑
c. Diminuer de 25 % revient à multiplier par 0,25.	☐	☑
d. Diminuer de 3,5 % revient à multiplier par 0,965.	☑	☐

2 **Compléter le tableau.**

Coefficient multiplicateur c	Taux d'évolution t en pourcentage
0,64	–36 %
1,07	+7 %
1,23	+23 %

3 **1.** Une platine vinyle était à 122 €. Elle est affichée actuellement à 140,30 €. Déterminer le taux d'évolution correspondant.

$t = \dfrac{140,30 - 122}{122} = 0,15.$

Le prix de la platine vinyle a augmenté de 15 %.

2. Le nombre de fumeurs en France est passé de 25,4 millions en 2018 à 23,8 millions en 2020. Quel est le taux d'évolution correspondant ?

$t = \dfrac{23,8 - 25,4}{25,4} \approx -0,063.$

Le nombre de fumeurs a diminué d'environ 6,3 %.

FICHE

51 Évolutions successives

- Pour deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs c_1 et c_2, l'évolution finale a pour **coefficient multiplicateur global $C = c_1 \times c_2$.**
- Le **taux d'évolution global** est donc $T = C - 1 = c_1 \times c_2 - 1$.

$$\begin{tikzcd} V_0 \arrow[r, bend left, "\times c_1"] \arrow[rr, bend right, "\times (c_1 \times c_2)"'] & V_1 \arrow[r, bend left, "\times c_2"] & V_2 \end{tikzcd}$$

1 Cocher la réponse exacte.

1. Les prix ont augmenté de 20 % puis de 30 % l'année suivante.
La hausse globale est :

☐ 50 %. ☐ 54 %. ☑ 56 %.

2. Deux baisses successives de 10 % correspondent à une baisse globale de :

☐ 81 %. ☑ 19 %. ☐ 20 %.

3. Une baisse de 20 % suivie d'une hausse de 30 % correspond à :

☑ une hausse de 4 %. ☐ une baisse de 4 %. ☐ une hausse de 10 %.

4. Une hausse de 30 % suivie d'une baisse de 30 % correspond à :

☐ une stagnation. ☑ une baisse de 9 %. ☐ une hausse de 8 %.

2 Compléter le tableau.

Évolution 1		Évolution 2		Évolution globale	
t_1	c_1	t_2	c_2	C	T
–5,1 %	0,949	+34 %	1,34	1,27166	Hausse de 27,166 %
–12 %	0,88	–27 %	0,73	0,6424	Baisse de 35,76 %
+4,5 %	1,045	+2,3 %	1,023	1,069035	Hausse de 6,90 %

3 Trois augmentations successives de 20 % correspondent-elles à une hausse de 60 % ? Justifier

$1{,}20 \times 1{,}20 \times 1{,}20 = 1{,}728$.

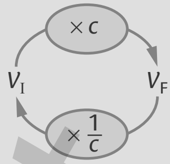
C'est une hausse de 72,8 % et non de 60 %.

FICHE **52**

Évolution réciproque

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-52

- Pour une évolution de V_I à V_F de coefficient multiplicateur c, l'**évolution réciproque** de V_F à V_I a pour **coefficient multiplicateur** $c' = \dfrac{1}{c}$.
- Le **taux d'évolution réciproque** est $t' = c' - 1 = \dfrac{1}{c} - 1$.



1 Cocher la bonne case

	Vrai	Faux
a. L'évolution réciproque d'une hausse de 25 % est une baisse de 25 %.	☐	☑
b. L'évolution réciproque d'une baisse de 10 % est une hausse de 11 % environ.	☑	☐
c. Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque d'une hausse de 10 % suivie d'une hausse de 6 % est 0,84.	☐	☑
d. Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque d'une hausse de 5 % suivie d'une baisse de 3 % est environ 0,98.	☑	☐

2 Compléter le tableau.

t	c	$\dfrac{1}{c}$	t'
+15%	1,15	0,869	Baisse de 13 %
−7 %	0,93	1,075	Hausse de 7,5 %
−33 %	0,67	1,49	Hausse de 49 %
+31,6 %	1,316	0,76	−24 %

3 Écrire en langage Python un programme qui permettrait de calculer le taux réciproque `T` connaissant le taux initial `t` (les deux étant exprimés en pourcentages.)

```
def tauxreciproque(t):
  C=1+t/100
  T=100*(1/C-1)
```

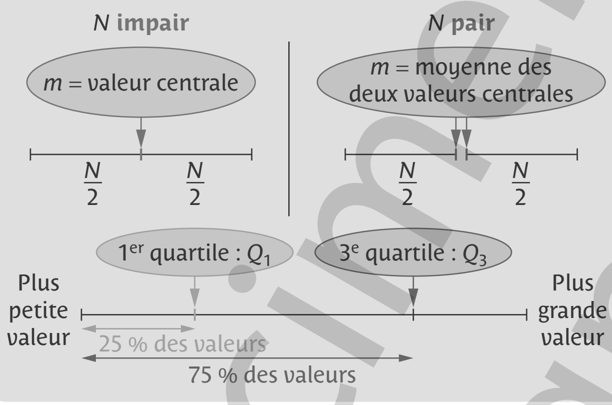
Indicateurs de position

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-53

Soit la série statistique ci-contre.

Valeur x_i	x_1	x_2	…	x_p
Effectif n_i	n_1	n_2	…	n_p

- **Effectif total** $N = n_1 + \ldots + n_p$.
- **Moyenne pondérée**
$$\overline{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \ldots + n_p \times x_p}{N}.$$
- **Médiane m et quartiles Q_1 et Q_3**



Pour déterminer la médiane m et les quartiles Q_1 et Q_3, **il faut d'abord classer les données dans l'ordre croissant.**

1 Cocher la réponse exacte.

Soit la série ci-contre.

Valeur	−4	1	2
Effectif	3	10	7

a. La moyenne de cette série est : ☐ −1/3 ☑ 3/5 ☐ 20/3

b. La médiane de cette série est : ☑ 1 ☐ 10 ☐ 10,5

c. Les quartiles de cette série sont : ☐ 5 et 15 ☐ 2 et 5 ☑ 1 et 2

2 On saisit dans la calculatrice les valeurs du tableau suivant puis on fait afficher les résultats obtenus. Compléter les phrases ci-dessous.

Nombre de matchs gagnés (L_1)	0	1	2	3	4	5	6	9
Nombre d'équipes (L_2)	2	2	1	4	4	4	2	1

a. Chaque équipe a gagné en moyenne 3,65 matchs.

b. Au moins 75 % des équipes ont gagné 5 matchs ou moins.

c. Au moins 50 % des équipes ont gagné au moins 4 matchs.

3 Dans une classe de 14 garçons et 21 filles, lors d'un devoir, la moyenne des filles est 12 et celle des garçons est 11. Quelle est la moyenne de la classe à ce devoir ?

$$\frac{12 \times 21 + 11 \times 14}{35} = 11,6$$

Indicateurs de dispersion

Soit la série statistique ci-contre.

Valeur x_i	x_1	x_2	…	x_p
Effectif n_i	n_1	n_2	…	n_p

- **Variance**

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_p (x_p - \overline{x})^2}{N}$$

- **Écart-type** $\sigma = \sqrt{V}$
- **Intervalle interquartile** $[Q_1 ; Q_3]$
- **Écart interquartile** $Q_3 - Q_1$

La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs sont resserrées autour de la moyenne.	☐	☑
b. Pour calculer la variance à la main, on commence par calculer la moyenne.	☑	☐

2 Cocher la réponse exacte.

Voici une série statistique.

Valeur	8	10	11
Effectif	4	9	7

a. La moyenne de cette série est : ☐ 9,67 ☑ 9,95 ☐ 6,66

b. L'écart-type de cette série est : ☑ 1,07 ☐ 1,15 ☐ 3,15

c. L'écart interquartile de cette série est : ☑ 1 ☐ 0 ☐ 2

3 On a relevé, dans le tableau suivant, les volumes à la sortie d'une chaîne de production d'une usine de remplissage de bouteilles.

Volume (en cL)	95	96	97	98	99	100	101	102
Effectif	1	3	15	23	31	90	25	10

Cette chaîne est dite fonctionnelle si les trois conditions suivantes sont remplies :
① l'étendue est inférieure à 10 cL, ② le volume médian vaut 100 cL,
③ au moins 90 % de la production est dans l'intervalle $[\overline{x} - 2\sigma ; \overline{x} + 2\sigma]$.
Cette chaîne de production est-elle fonctionnelle ?

L'étendue est 102 – 95 = 7 L < 10 cL. La médiane est 100.

$\overline{x} \approx 99,5$ et $\sigma \approx 1,33$ donc $[\overline{x} - 2\sigma ; \overline{x} + 2\sigma] \approx [96,87 ; 102,19]$.

Il y a 194 bouteilles dans cet intervalle soit environ 98 % des bouteilles.

La chaîne de production est fonctionnelle.

FICHE 55

Langage des événements

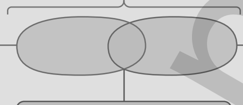
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-55

Expérience aléatoire
Toute expérience soumise au hasard avec plusieurs issues.

Événement A ou B noté $A \cup B$
Réunion de A et de B

Univers Ω
- Toutes les issues possibles.
- Ω est l'événement certain.
- $\varnothing$ est l'événement impossible.

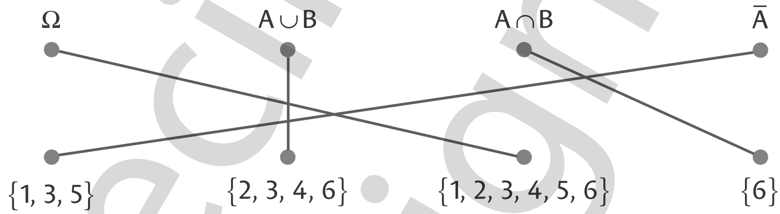
Événement A
$\overline{A}$ est l'événement contraire de A.



Événement B
$\overline{B}$ est l'événement contraire de B.

Événement A ou B noté $A \cap B$
Intersection de A et de B.

•1 On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6. Soit les événements A : « Obtenir un nombre pair » et B : « Obtenir un multiple de 3 ».
Relier les ensembles aux listes correspondantes.



:2 On tire une main de 5 cartes d'un jeu de 32.
Soit les événements A : « La main contient 2 piques » et B : « La main contient un roi ».
Exprimer par une phrase les événements :

- $A \cap B$: « La main contient le roi de pique et un autre pique. »
- $A \cup B$: « La main contient 2 cartes parmi l'ensemble des piques et des rois. »
- $\overline{B}$: « La main ne contient pas de roi. »

⁝3 Un sac contient des boules et des jetons pouvant être rouges ou bleus. On tire un objet du sac. Soit les événements A : « Obtenir une boule » et B : « Obtenir un objet rouge ». Exprimer les événements suivants avec les notations A, B, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\cup$, $\cap$:

a. « Obtenir une boule rouge » $A \cap B$

b. « Obtenir un objet bleu » $\overline{B}$

c. « Obtenir un jeton rouge » $\overline{A} \cap B$

d. « Ne pas obtenir de boule rouge » $\overline{A} \cup \overline{B}$

Probabilité d'un événement

- On définit une **loi de probabilité** lorsqu'on associe à chaque issue x_i d'un univers Ω, une probabilité p_i telle que : $0 \leqslant p_i \leqslant 1$ et $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$.
- Soit A et B deux événements :
  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ et $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
- Si tous les événements élémentaires ont la **même probabilité**, alors la probabilité d'un événement A est :
  $p(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$

Un événement élémentaire n'a qu'une seule issue.

1 Cocher la réponse exacte.

Soit la loi de probabilité ci-contre.

Issue	a	b	c	d	e
Probabilité	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

Soit les événements :
A : « On obtient une voyelle »
et B : « On obtient a, b ou c ».

a. $p(A)$ est égale à : ☐ 0,1 ☐ 0,05 ☐ 1 ☑ 0,25

b. $p(B \cap A)$ est égale à : ☐ 0,45 ☐ 0,55 ☑ 0,1 ☐ 0,7

c. $p(\bar{A})$ est égale à : ☐ 0,9 ☐ 0,95 ☑ 0,75 ☐ 0,85

2 Compléter.

a. Si $p(A) = 0{,}8$, $p(B) = 0{,}5$, $p(A \cap B) = 0{,}3$ alors $p(A \cup B) = 1$

b. $p(A) = 0{,}8$, $p(\bar{B}) = 0{,}3$, $p(A \cap B) = 0{,}5$ alors $p(A \cup B) = 1$

c. $p(A) = 0{,}8$, $p(B) = 0{,}4$, $p\left(\overline{A \cap B}\right) = 0{,}7$ alors $p(A \cup B) = 0{,}9$

3 On lance un dé truqué à six faces :
- les faces 1 à 3 ont la même probabilité de sortir,
- la face 5 a trois fois moins de chance de sortir que la face 1,
- la face 4 a deux fois plus de chance de sortir que la face 5,
- la face 6, deux fois moins de chance que la face 5.

Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Soit p_i la probabilité d'obtenir la face i, alors $p_1 = p_2 = p_3$,

$p_4 = 2p_5$, $p_6 = \dfrac{p_5}{2}$, $p_5 = \dfrac{p_1}{3}$

Avec $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$, on a

$p_1 = p_2 = p_3 = \dfrac{6}{25}$, $p_4 = \dfrac{4}{25}$, $p_5 = \dfrac{2}{25}$, $p_6 = \dfrac{1}{25}$

FICHE 57

Calculs de probabilités

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-57

Pour **calculer des probabilités** lorsque la loi de distribution n'est pas donnée, il est intéressant d'utiliser des **tableaux**, des **arbres** ou des **diagrammes**.

1 **Cocher la bonne case.**

Les 955 élèves d'un lycée se répartissent comme ci-contre. On choisit un élève au hasard.

	Filles	Garçons
Demi-pensionnaire	325	280
Externe	150	200

	Vrai	Faux
a. La probabilité que cet élève soit une fille est de $\frac{325}{955}$.	☐	☑
b. La probabilité que cet élève soit un externe est de $\frac{350}{955}$.	☑	☐
c. La probabilité que cet élève soit un garçon demi-pensionnaire est de $\frac{280}{955}$.	☑	☐

2 Dans un camping de 400 personnes, deux activités sont proposées : l'escalade et la pêche. Les campeurs peuvent s'inscrire à autant d'activités qu'ils le souhaitent, ou n'en pratiquer aucune. Tous les campeurs intéressés se sont inscrits : 124 en escalade, 197 en pêche. Parmi eux, 63 se sont inscrits dans les deux activités. On choisit au hasard un campeur.

1. La probabilité que celui-ci ait choisi la pêche est : $\frac{197}{400}$

2. La probabilité que celui-ci ait choisi l'escalade mais pas la pêche est : $\frac{61}{400}$

3. La probabilité que celui-ci n'ait rien choisi est : $\frac{142}{400}$

3 Une urne contient 6 jetons deux rouges (R_1 et R_2) et quatre jetons verts (V_1, V_2, V_3, V_4).

Construire un arbre au brouillon.

1. On tire un premier jeton, on note sa couleur, on le remet dans l'urne et on recommence une seconde fois.
Quelle est la probabilité d'avoir tiré deux jetons verts ?

$\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

2. On tire maintenant deux jetons en même temps.
Quelle est la probabilité d'avoir tiré deux jetons verts ?

$\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$.

FICHE **58** # Échantillonnage

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-58

- **Échantillon de taille n** : résultat d'une expérience aléatoire réalisée n fois dans des conditions identiques.
- Soit un **échantillon de taille n** associé à une expérience aléatoire dont l'un des événements a pour **probabilité p** et où **f est la fréquence observée** dans l'échantillon. Si n est grand, **f est une bonne estimation de p**.
- L'**intervalle de confiance à 95 %** est tel que $p \in \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. On ne peut pas simuler le tirage au hasard d'une pièce de monnaie (pile ou face) avec un lancer de dé.	☐	☑
b. Pour des échantillons de taille de plus en plus grande, les fréquences observées ont tendance à se stabiliser.	☑	☐
c. Imen a lancé 50 fois une pièce de monnaie non truquée et a obtenu 49 « pile », c'est peu probable.	☑	☐

2 On lance 200 fois un dé non truqué, on obtient les résultats suivants.

1. Compléter le tableau avec la distribution des fréquences.

Numéro	1	2	3	4	5	6
Effectif	25	23	39	45	28	40
Fréquence	0,125	0,115	0,195	0,225	0,14	0,2

2. Si la taille de l'échantillon est grande, que peut-on dire des fréquences de chaque issue ?

Les fréquences se stabilisent autour de $\frac{1}{6}$.

3 Dans un échantillon de 200 acheteurs d'une lessive, 120 disent avoir acheté après une pub. Estimer l'intervalle de confiance de la probabilité p d'achat après la pub puis déterminer le nombre minimal d'acheteurs à interroger pour avoir un intervalle de confiance inférieur à 0,06.

$f = \frac{120}{200} = 0,6$.

L'intervalle de confiance est $\left[0,6 - \frac{1}{\sqrt{200}} ; 0,6 + \frac{1}{\sqrt{200}}\right] \approx [0,529 ; 0,67]$

donc $p \in [0,53 ; 0,67]$. La longueur de l'intervalle de confiance est $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

On a $\frac{2}{\sqrt{n}} < 0,06 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{n}}{2} > \frac{1}{0,06} \Leftrightarrow \sqrt{n} > \frac{2}{0,06} \Leftrightarrow n > \left(\frac{2}{0,06}\right)^2$. Donc $n \geqslant 1\,112$.

FICHE 59

Fonctions Python

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/6702-59

- Une fonction est un bloc d'instructions qui sera exécuté que s'il est appelé. Les fonctions permettent notamment d'éviter des instructions répétitives et/ou de rendre un programme plus lisible.

Définir une fonction	Commande Python

La fonction peut comporter aucun `()` ou plusieurs arguments `(a,b)` et renvoie un résultat.	`def nom(a,b):`
	`  instructions`
	`  return résultat`

1 **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Une fonction a toujours des paramètres d'entrées.	☐	☑
b. Une fonction peut être appelée plusieurs fois	☑	☐
c. Une fonction peut renvoyer une chaîne de caractères.	☑	☐

2 Ce programme donne la somme des faces de deux dés cubiques à six faces lancés simultanément.

```
1 from random import*
2 def sommede(n):
3       s=0
4       for i in range(n):
5          if randint(1,6)+randint(1,6)==8:
6              s=s+1
7       return (s/n)
```

1. Quel est le rôle de la 5e ligne ?

La 5e ligne teste si la somme de deux lancers de dé est 8.

2. Que contient la variable `s` à la sortie de la boucle `for` ?

La variable `s` contient le nombre de lancers correspondant à une somme égale à 8 après `n` lancers.

3. Que permet de calculer cette fonction ?

La fonction renvoie la fréquence d'apparition du 8 sur `n` lancers.

3 Compléter le programme ci-contre pour calculer la distance entre deux points `A(xA,yA)` et `B(xB,yB)` dans un repère orthonormé.

```
from math import*
def distance(xA,yA,xB,yB):
    d=(xB-xA)**2+(yB-yA)**2
    return(sqrt(d))
```

Préparer son choix d'orientation en 1re

Voie générale

▶ **Notions essentielles à maîtriser :** FICHES 1 à 2 ; 4 à 7 ; 10 à 13 ; 18 ; 27 ; 29 à 30 ; 32 à 34 ; 36 à 39 ; 43 à 45 ; 48 à 51 ; 53 à 54 ; 59

▶ **Thèmes du programme :** Une longue histoire de la matière ; Le Soleil, notre source d'énergie ; La Terre, un astre singulier et Son et musique, porteurs d'information.

▶ **Notions essentielles à maîtriser :** FICHES 1 à 59

▶ **Thèmes du programme :** Algèbre, Analyse, Géométrie, Probabilités et statistiques ; Algorithmique et programmation ; Vocabulaire ensembliste et logique.

Voie technologique

▶ **Notions essentielles à maîtriser** : FICHES 1 à 2 ; 4 à 7 ; 10 à 16 ; 18 ; 30 ; 32 à 41 43 à 46 ; 48 à 59

▶ **Thèmes du programme :** Vocabulaire ensembliste et logique, Algorithmique et programmation ; Analyse ; Statistiques et probabilités.

▶ **Notions essentielles à maîtriser :** FICHES 1 à 59

▶ **Thèmes du programme :** Géométrie dans le plan ; Nombres complexes (STI2D) ; Analyse.

Automatismes

1 FICHE 5 $5\times\left(9+\frac{3}{7}\right)-\frac{1}{3}=$ $\frac{983}{21}$. .... / 0,5

2 FICHE 6 L'écriture scientifique de $15{,}2\times10^{2}\times(-3)\times10^{-4}$ est : .... / 0,5

$-4{,}56\times10^{-1}$

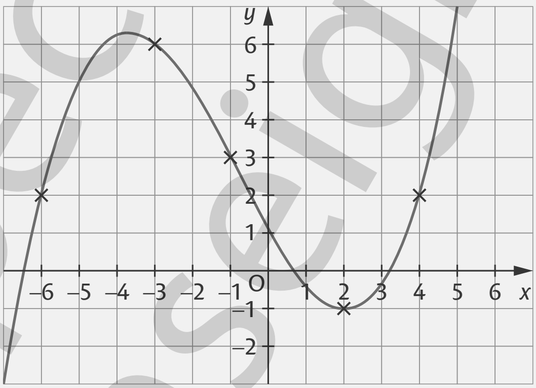
3 FICHE 49 En %, la concentration d'un glucose dosé à 6 g pour 40 mL est : 15 % .... / 0,5

4 À l'aide de la courbe de la fonction f ci-dessous, compléter :

a. FICHE 37 L'image de -1 par la fonction f est : 3 .... / 0,5

b. FICHE 43 L'équation $f(x)=2$ a trois solutions. .... / 0,5

c. FICHE 37 Une valeur approchée des antécédents éventuels de 3 par f est : $-5{,}7$; -1 ; $4{,}2$ .... / 0,5



5 FICHE 49 Pour 500 mL d'une formulation de prednisone à 5 mg · par mL, il faut 25 comprimés de 100 mg. Combien de comprimés faut-il pour en faire seulement 100 mL ? Il en faut 5 .... / 0,5

6 FICHE 30 Le volume d'une boule de rayon 5 cm est : $\mathcal{V}=\frac{500}{3}\pi\ \text{cm}^3$ .... / 0,5

7 FICHE 30 Le volume d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 4 cm est : $\mathcal{V}=100\pi\ \text{cm}^3$ .... / 0,5

8 FICHE 39 Le nombre de solutions de l'équation $x^2-10=0$ est : .... / 0,5

Deux

Exercice 1 FICHE 6 La loi de décroissance radioactive

.... / 3

La demi-vie est la durée nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon radioactif. Le temps de demi-vie de l'élément carbone est 5730 ans.

1. Soit un échantillon contenant au départ 5×10^7 noyaux radioactifs de carbone 14.

a. Calculer le nombre de noyaux de carbone 14 restants au bout d'une demi-vie.

$2{,}5 \times 10^7$ noyaux

b. Calculer le nombre de noyaux de carbone 14 restants au bout de deux demi-vies.

$1{,}25 \times 10^7$ noyaux

c. Quel est le nombre de noyaux de carbone 14 restants au bout de *n* demi-vies où *n* est un entier naturel ?

$5 \times 10^7 \times 0{,}5^n$ noyaux

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'échantillon contienne moins de 1 000 noyaux radioactifs de carbone 14.

Pour $n = 16$ années, on a environ 762 noyaux.

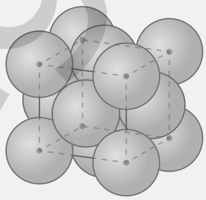
Exercice 2 FICHES 6 et 30 L'argent

.... / 3

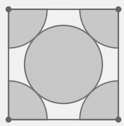
À l'état microscopique, l'argent est représenté avec le modèle des portions de boules (les atomes) contenues dans un cube.

Données :

- longueur de l'arête du cube : $a = 4{,}09 \times 10^{-10}$ m.
- masse d'un atome d'argent : $1{,}79 \times 10^{-25}$ kg



Vue en volume



Vue de face

1. Déterminer le nombre de boules entières que l'on peut reconstituer dans un cube d'arête de longueur *a*.

Au centre d'une face du cube on a 1/2 boule soit 3 boules pour 6 faces.

À un sommet du cube on a 1/8 boule soit 1 boule pour 8 sommets.

On obtient au total 3 +1= 4 boules et donc 4 atomes.

2. Déterminer la masse *m* de ces atomes.

$m = 4 \times 1{,}79 \times 10^{-25} = 7{,}16 \times 10^{-25}$ kg

3. Déterminer le volume du cube d'arête de longueur *a*.

$\mathcal{V} = a^3 = \left(4{,}09 \times 10^{-10}\right)^3 = 6{,}84 \times 10^{-29}\ \text{m}^3$

4. Déterminer la masse volumique ρ de l'argent.

$$\rho = \frac{m}{\mathcal{V}} = \frac{7{,}16 \times 10^{-25}}{6{,}84 \times 10^{-29}} \approx 1{,}05 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Exercice 3 FICHES 4 et 30 La Terre

.... / 2

La force d'interaction gravitationnelle qui s'exerce entre deux corps est donnée par la formule $F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$ avec F (en N), m_1 et m_2 les masses des deux corps (en kg), d la distance qui les sépare (en m) et $G \approx 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ la constante de gravitation universelle.
Donner un ordre de grandeur de cette force entre la Terre (T) et la lune (L) sachant que $m_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg, $m_L = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg et $d = 4 \times 10^8$ m.

Cette force d'attraction est :

$$F = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}98 \times 10^{24} \times 7{,}35 \times 10^{22}}{(4 \times 10^8)^2} \approx 2 \times 10^{20}\ \text{N}$$

Exercice 4 FICHES 4 ; 49 et 50 Gaz à effet de serre

.... / 3

Le tableau suivant indique la répartition des émissions de gaz à effet de serre dans l'Union européenne à 27 en Mt CO_2 eq pour les années 1990 et 2019.

Source	Années	CO_2	CH_4	N_2O	Gaz fluorés	Total
Utilisation d'énergie	1990	3 556,6	158,4	26,6	0,0	3 741,6
	2019	2 673,0	68,3	26,0	0,0	2 767,3
Procédés industriels	1990	312,6	1,5	93,5	54,5	462,1
	2019	236,8	1,4	9,5	92,1	339,8
Agriculture	1990	14,0	260,6	213,4	0,0	488,0
	2019	9,4	204,9	171,5	0,0	385,8
Déchets	1990	3,8	162,4	8,7	0,0	174,9
	2019	2,5	104,0	9,0	0,0	115,5

Source : *www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr*

1. Calculer le taux d'évolution du CO_2 entre 1990 et 2019 pour chaque secteur (arrondir à l'unité)

Utilisation d'énergie : $\frac{2\,673{,}0 - 3\,556{,}6}{3\,556{,}6} \approx -0{,}25$ soit une baisse d'environ 25 %.

Procédés industriels : $\frac{236{,}8 - 312{,}6}{312{,}6} \approx -0{,}24$ soit une baisse d'environ 24 %.

Agriculture : $\frac{9{,}4 - 14{,}0}{14{,}0} \approx -0{,}33$ soit une baisse d'environ 33 %.

Déchets : $\frac{2{,}5 - 3{,}8}{3{,}8} \approx -0{,}34$ soit une baisse d'environ 34 %.

2. Quelle source de gaz à effet de serre a connu la plus forte évolution entre 1990 et 2019 ?

Celle des déchets avec une baisse d'environ 34 %.

Exercice 5 FICHES 7 et 30 Le son du piano

.... / 2

Pour fabriquer un piano, il faut tendre les cordes sur un cadre. Un piano comporte jusqu'à 250 cordes, et chaque corde supporte une tension de l'ordre de 800 N.

La fréquence fondamentale d'une corde est donnée par $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec L la longueur de la corde (en m) ; T, la tension (en N) et μ la masse linéique (en $kg \cdot m^{-1}$).

1. Une tension de 9,8 N correspond à une masse de 1 kg.
Calculer la masse que peut supporter un piano de 250 cordes.

250 cordes peuvent supporter une tension de $800 \times 250 = 200\,000$ N.

Donc un piano de 250 cordes peut supporter une masse de $\frac{200\,000}{9,8} \approx 20\,408$ kg.

2. Calculer la masse linéique d'une corde de masse $m = 10,5$ g et de longueur $L = 5$ m.

$\mu = \frac{m}{L} = \frac{10,5}{5} = 2,1\ g \cdot m^{-1} = 2,1 \times 10^{-3} kg \cdot m^{-1}$

3. En déduire la longueur de cette corde pour produire un son de fréquence 264 Hz.

$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ donc $L = \frac{1}{2f}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ donc $L = \frac{1}{2 \times 264} \times \sqrt{\frac{800}{2,1 \times 10^{-3}}} \approx 1,17$ m

Exercice 6 FICHE 8 Le codage binaire

.... / 2

L'écriture binaire d'un nombre entier s'appuie sur la décomposition de cet entier en somme de puissances de 2 distinctes.

Exemple : $34 = 32 + 2 = 2^5 + 2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$.

On note $34 = (100\,010)_2$.

1. Donner les écritures en binaire de 216 et de 305.

$216 = (11\,011\,000)_2$ et $305 = (100\,110\,001)_2$

2. À quel nombre correspond l'écriture binaire $(10\,110\,110)_2$?

À $1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 182$

Mon bilan 1 Vers l'Enseignement scientifique

Note	0 à 8	9 à 13	14 et plus
.... / 20	Revois les notions et concentre-toi sur les automatismes.	Encore un peu d'entraînement est nécessaire.	Bravo, tu es prêt pour l'Enseignement scientifique !

Automatismes

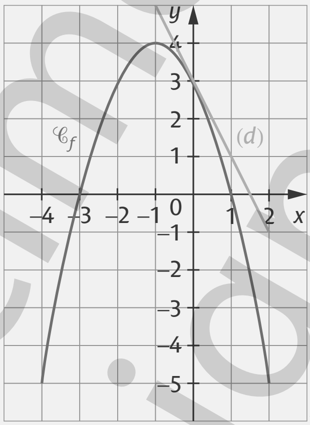
1 FICHES 2, 37 et 46 Soit f la fonction définie sur $[-4 ; 2]$ dont la représentation graphique est tracée ci-dessous. Compléter.

a. 2 a pour image : -5 .... / 0,5

b. 0 a pour antécédent(s) : -3 et 1 .... / 0,5

c. Un extremum de f est : 4. Il est atteint pour : $x = -1$ .... / 0,5

d. La fonction f est croissante sur : $[-4 ; -1]$ .... / 0,5



2 FICHES 32 et 33 Dans le repère de l'exercice précédent, une droite (d) est tracée. Une équation réduite de la droite (d) est : $y = -2x + 3$ .... / 0,5

3 FICHE 37 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan. .... / 0,5

L'ordonnée du point A d'abscisse $-\frac{1}{2}$ de $\mathscr{C}_f$ est : $-\frac{19}{4}$

4 FICHES 24 et 26 Dans un repère orthonormé, soit A$(-3 ; 2)$ et B$(4 ; -2)$.

a. Le milieu de [AB] a pour coordonnées : $\left(\frac{-3+4}{2} ; \frac{2-2}{2}\right)$ soit $\left(\frac{1}{2} ; 0\right)$ .... / 0,5

b. La distance AB est : $\sqrt{(4+3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$ .... / 0,5

5 FICHE 29 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 et BC = 5.

a. Le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ est : $\frac{4}{5} = 0{,}8$ .... / 0,5

b. En utilisant le théorème de Pythagore, on obtient AC est égal à : 3 .... / 0,5

Exercice 1 FICHES 11 ; 14 ; 30 et 37 Arpentage

.... / 2

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 70 m. Soit a et b ses dimensions.

1. Exprimer b en fonction de a.

$2(a + b) = 70$ c'est-à-dire $a + b = 35$ donc $b = 35 - a$.

2. On cherche a et b. On sait que l'aire du terrain est égale à 300 m^2.
Montrer que cela revient à résoudre l'équation $a^2 - 35a + 300 = 0$.

$ab = 300$ or $b = 35 - a$ donc $a(35 - a) = 300 \Leftrightarrow 35a - a^2 = 300$

$\Leftrightarrow a^2 - 35a + 300 = 0$

3. Développer $(a - 15)(a - 20)$.

$(a - 15)(a - 20) = a^2 - 20a - 15a + 300 = a^2 - 35a + 300$

4. En déduire les dimensions du terrain.

$a^2 - 35a + 300 = 0 \Leftrightarrow (a - 15)(a - 20) = 0 \Leftrightarrow a - 15 = 0$ ou $a - 20 = 0$

$\Leftrightarrow a = 15$ ou $a = 20$. On en déduit que $b = 35 - a = 35 - 15 = 20$ ou

$b = 35 - 20 = 15$. Le terrain a pour dimensions 15 m et 20 m.

Exercice 2 FICHE 5 Fractions égyptiennes

.... / 1

On appelle *fraction égyptienne* toute fraction de la forme $\frac{1}{n}$ où n désigne un nombre entier naturel non nul.
Dans l'Egypte ancienne, on n'écrivait les nombres rationnels positifs inférieurs à 1 que sous la forme de sommes de *fractions égyptiennes* toutes différentes.

1. Vérifier que, par exemple, la fraction $\frac{25}{28}$ est égale à $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7}$.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{14}{28} + \frac{7}{28} + \frac{4}{28} = \frac{25}{28}$

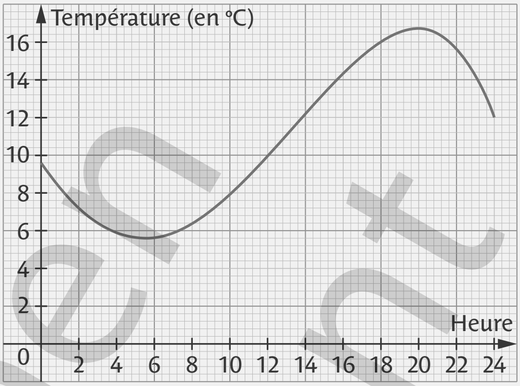
2. Trouver une (ou plusieurs) décomposition(s) en fractions égyptiennes du nombre 0,3.

$0{,}3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

Exercice 3 FICHES 37 et 46 Températures beauvaisiennes

.... / 2

Voici la courbe des températures relevées à Beauvais pendant 24 heures.



a. Déterminer la température à 5 h et à 12 h.

À 5 h, la température vaut environ 5,7 °C et à 12 h, elle vaut environ 10 °C.

b. À quelle(s) heure(s) la température était-elle de 8 °C ?

À environ 1 h 10 et 10 h.

c. À partir de quelle heure la température a-t-elle été supérieure à 10 °C ?

La température a été supérieure à 10 °C à partir de 12 h.

d. Quelle a été la température maximale ce jour-là ? À quelle heure ?

La température maximale est 16,6 °C atteinte à 20 h.

e. Donner le tableau de variations de la température en fonction de l'heure.

Heure	0	5 h 10	20 h	24 h
Température (en °C)	9,6 ↘	5,8 ↗	16,6 ↘	12

Exercice 4 FICHES 20 ; 21 et 25 Alignement et parallélisme

.... / 1

Soit un triangle ABC. Soit les points D et E définis par $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

1. Montrer que les points A, D et E sont alignés.

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) = -\overrightarrow{AE}$ donc les points A, D et E sont alignés.

2. Montrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = 2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}\right) = 2\overrightarrow{CB}$

Donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Exercice 5 FICHES 5 ; 34, 35 et 38 Pour consommer « local » .... / 2

Un producteur de tomates fait une étude de marché.

La fonction *demande*, qui exprime la quantité de tomates (en tonnes) en fonction du prix (en euros), est la fonction f définie par $f(x) = -10x + 70$.

La fonction *offre*, qui exprime la quantité de tomates (en tonnes) produites en fonction du prix (en euros), est la fonction g définie par $g(x) = 14x + 24$.

On appelle *prix* et *quantité d'équilibre* le prix et la quantité correspondant à une situation dans laquelle toute la demande est satisfaite et toute l'offre est écoulée. Déterminer le prix et la quantité d'équilibre, coordonnées du point d'intersection des courbes de f et g.

Les coordonnées $(x\,;y)$ du point d'intersection des courbes de f et g vérifient : $\begin{cases}-10x+70=14x+24\\ y=-10x+70\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-10x-14x=-70+24\\ y=-10x+70\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-24x=-46\\ y=-10x+70\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{46}{-24}\\ y=-10x+70\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{23}{12}\\ y=-10\times\dfrac{23}{12}+70\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{23}{12}\\ y=\dfrac{305}{6}\end{cases}$$

Le prix d'équilibre est environ 1,92 euros et la quantité d'équilibre est environ 50,83 tonnes.

Exercice 6 FICHES 8 et 9 Diviseur, multiple, nombre premier .... / 1

Cocher la réponse exacte.

a. Le diviseur commun à 69 et 161 est :

☐ 483 ☑ 23 ☐ 13

b. La somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est toujours un multiple de :

☐ 18 ☐ 6 ☑ 3

c. La somme de quatre nombres impairs consécutifs est toujours :

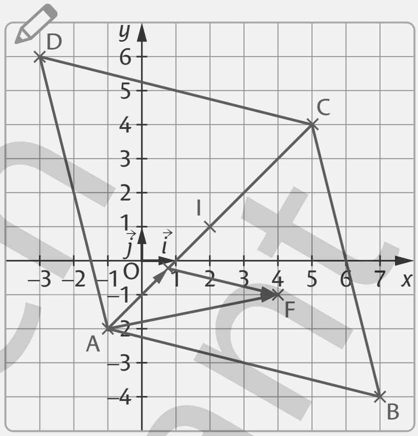
☑ un nombre pair. ☐ un nombre impair. ☐ un multiple de 16.

d. Le nombre suivant est un nombre premier :

☐ 1 ☐ 91 ☑ 199

Exercice 7 FICHES 7 ; 13 ; 20 à 27 Distances et coordonnées .... / 4

Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, soit les points $A(-1\,;-2)$, $B(7\,;-4)$, $C(5\,;4)$.



1. a. Faire une figure.

b. Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[AC]$.

$x_I = \dfrac{-1+5}{2} = 2$ et $y_I = \dfrac{-2+4}{2} = 1$

donc $I(2\,;1)$

c. Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

$AB = \sqrt{(7+1)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$

$BC = \sqrt{(5-7)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$ donc $AB = BC$ le triangle ABC est isocèle en B.

d. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Or $\overrightarrow{AB}(8\,;-2)$ et $\overrightarrow{DC}(5-x_D\,;4-y_D)$

$8 = 5 - x_D$ donc $x_D = -3$ et $-2 = 4 - y_D$ donc $y_D = 6$ donc $D(-3\,;6)$

e. En déduire que le parallélogramme ABCD est un losange.

ABCD est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

2. a. Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Faire la construction sur le dessin de la question **1. a.**

b. Déterminer les coordonnées de F.

$x_F + 1 = \dfrac{3}{10} \times 6 + \dfrac{2}{5} \times 8$ donc $x_F = \dfrac{18}{10} + \dfrac{16}{5} - 1 = 4.$

$y_F + 2 = \dfrac{3}{10} \times 6 + \dfrac{2}{5} \times (-2)$ donc $y_F = \dfrac{18}{10} - \dfrac{4}{5} - 2 = -1$ donc $F(4\,;-1)$

c. Montrer que les points B, F et D sont alignés.

$\overrightarrow{BF}(4-7\,;-1+4)$ donc $\overrightarrow{BF}(-3\,;3)$ et $\overrightarrow{BD}(-3-7\,;6+4)$ donc $\overrightarrow{BD}(-10\,;10)$

$\det(\overrightarrow{BF}\,;\overrightarrow{BD}) = -3 \times 10 - (-10) \times 3 = 0$. Les vecteurs sont donc colinéaires et donc les points B, F et D sont alignés.

Exercice 8 FICHES 53 et 54 Statistiques pour chaussures

.... / 2

On a relevé les pointures des élèves d'une classe de Seconde.

Pointure	36	37	38	39	40	41	42	43
Effectif	3	4	12	4	2	3	5	2

À l'aide de la calculatrice, déterminer :

a. l'effectif total de cette série statistique. 35

b. l'étendue de cette série. 43–36 = 7

c. la pointure moyenne des élèves de cette classe. environ 39,06

d. le premier quartile Q_1, la médiane m et le troisième quartile Q_3 de cette série.

$Q_1 = 38$ $Q_3 = 41$ $m = 38$

e. l'écart-type de cette série. Environ 2,04.

Exercice 9 FICHES 8 ; 55 à 57 Tirages avec remise

.... / 3

Une urne contient trois boules bleues numérotées de 1 à 3 et deux boules rouges, numérotées 1 et 2. Les boules sont indiscernables au toucher.

1. On tire une boule de l'urne. Quelle est la probabilité :

a. de tirer une boule bleue ? $\frac{3}{5}$

b. de tirer une boule portant le numéro 1 ? $\frac{2}{5}$

2. On tire une boule de l'urne, on note sa couleur et son numéro. On la remet dans l'urne puis on tire une seconde boule et on note également sa couleur et son numéro. Les deux chiffres obtenus constituent, dans l'ordre, le chiffre des dizaines et le chiffre des unités d'un nombre a.
Déterminer :

Faire un arbre au brouillon.

a. le nombre d'issues possibles. Il y a 25 issues possibles.

b. la probabilité d'obtenir deux boules bleues. $\frac{9}{25}$

c. la probabilité d'obtenir un nombre a divisible par 3.

Les possibilités sont 12 ; 21 et 33. La probabilité d'obtenir 12 et 21 vaut $\frac{4}{25}$ et celle d'obtenir 33 vaut $\frac{1}{25}$ soit au total $\frac{4}{25}+\frac{4}{25}+\frac{1}{25}=\frac{9}{25}$.

Exercice 10 FICHES 4 ; 37 et 46 Fabrication d'une boîte

.... / 2

On souhaite fabriquer des boîtes cylindriques de contenance 1 litre, de rayon R et de hauteur h (en dm) en utilisant le moins de métal possible.

1. Exprimer h en fonction de R puis la surface totale S de la boîte en fonction de R.

Le volume d'un cylindre est $\mathcal{V} = \pi R^2 h$ et 1 L = 1 dm^3 donc $h = \dfrac{\mathcal{V}}{\pi R^2} = \dfrac{1}{\pi R^2}$.

La surface totale d'un cylindre S est la somme de la surface latérale du rectangle de dimensions h et $2\pi R$ avec la surface de deux disques de rayon R.

$S_{\text{latérale}} = 2\pi R \times h = 2\pi R \times \dfrac{1}{\pi R^2} = \dfrac{2}{R}$

Donc $S = S_{\text{latérale}} + 2 \times \pi R^2 = \dfrac{2}{R} + 2\pi R^2$ (en dm^3)

2. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement au dixième de cm près du rayon R qui répond au problème.

$5{,}4 \text{ cm} < R < 5{,}5 \text{ cm}$.

Exercice 11 FICHES 1 ; 6 ; 7 ; 10 et 11 Racines carrées et fractions

.... / 3

1. Soit $A = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ et $B = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$. Montrer que A = B.

$A^2 = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$ et $B^2 = \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\right)^2 = 5 - 2\sqrt{6}$

Donc $A^2 = B^2$ et comme A et B sont positifs, on a bien A = B.

2. Soit $C = \sqrt{3 - \sqrt{8}} - \sqrt{3 + \sqrt{8}}$. Prouver que C est un nombre entier.

$C^2 = \left(\sqrt{3 - \sqrt{8}} - \sqrt{3 + \sqrt{8}}\right)^2 = \left(3 - \sqrt{8}\right) - 2 \times \sqrt{3 - \sqrt{8}} \times \sqrt{3 + \sqrt{8}} + \left(3 + \sqrt{8}\right)$

$C^2 = 6 - 2\sqrt{\left(3 - \sqrt{8}\right)\left(3 + \sqrt{8}\right)} = 6 - 2\sqrt{9 - 8} = 6 - 2 = 4$

Donc $C = 2$ ou $C = -2$. Or $C < 0$ donc $C = -2$.

3. En utilisant les décompositions en facteurs premiers, simplifier les expressions $A = \dfrac{35}{63} - \dfrac{2}{27} + \dfrac{51}{34}$ et $B = \dfrac{\sqrt{288} + \sqrt{162}}{\sqrt{98}}$.

$A = \dfrac{35}{63} - \dfrac{2}{27} + \dfrac{51}{34} = \dfrac{5 \times 7}{3^2 \times 7} - \dfrac{2}{3^3} + \dfrac{3 \times 17}{2 \times 17} = \dfrac{5}{9} - \dfrac{2}{27} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{30 - 4 + 81}{54} = \dfrac{107}{54}$

$B = \dfrac{\sqrt{288} + \sqrt{162}}{\sqrt{98}} = \dfrac{\sqrt{2^5 \times 3^2} + \sqrt{2 \times 3^4}}{\sqrt{2 \times 7^2}} = \dfrac{2^2 \times 3\sqrt{2} + 3^2\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$

$= \dfrac{12\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = \dfrac{21\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = 3$

Exercice 12 FICHES 11 à 17 ; 38 et 45 Différentes expressions .... / 4

Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = x^2 + 4x - 21$.

1. Montrer que pour tout réel x, on a $f(x) = (x+2)^2 - 25$.

$(x+2)^2 - 25 = x^2 + 4x + 4 - 25 = x^2 + 4x - 21 = f(x)$

2. En déduire une factorisation de $f(x)$.

$f(x) = (x+2+5)(x+2-5) = (x+7)(x-3)$

3. Utiliser la forme la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = -25$.

$(x+2)^2 - 25 = -25 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

b. $f(x) = -21$.

$x^2 + 4x - 21 = -21 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x+4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -4$

c. $f(x) = 0$.

$(x+7)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x+7 = 0$ ou $x-3 = 0 \Leftrightarrow x = -7$ ou $x = 3$

d. $f(x) < 0$.

x	$-\infty$		-7		3		$+\infty$
$x+7$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x+7)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'après le tableau de signes, on obtient $S =]-7\,;3[$

Exercice 13 FICHES 19 ; 22 ; 26 ; 27 Un parallélogramme particulier .... / 2

Dans un repère orthonormé, soit A$(-2\,;2)$, B$(-7\,;-3)$, C$(0\,;-2)$ et D$(5\,;3)$.
Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme particulier.

$\overrightarrow{AB}(-5\,;-5)$ et $\overrightarrow{DC}(-5\,;-5)$, on en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et donc ABCD est un parallélogramme. De plus $AB = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$

et $AD = \sqrt{(5-(-2))^2 + (3-2)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

AB = AD donc le parallélogramme ABCD est un losange.

$BD^2 = (5-(-7))^2 + (3-(-3))^2 = 144 + 36 = 180$ donc

$BD^2 \neq AB^2 + AD^2$ et ABCD n'est pas un carré.

Exercice 14 FICHES 13 ; 22 ; 31 à 35 Équations de droites .... / 4

Le plan est rapporté à un repère.
Soit les points $A(-3\,;-1)$, $B(3\,;2)$ et $C(-1\,;5)$ et le vecteur $\vec{u}(3\,;1)$.

1. Déterminer une équation de la droite (AB).

$y = mx + p$. On a $m = \dfrac{2+1}{3+3} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ donc $y = \dfrac{1}{2}x + p$.

Le point $A(-3\,;-1) \in (AB)$ donc $-1 = \dfrac{1}{2} \times (-3) + p$ donc $p = -1 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}$

(AB) a donc pour équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$.

2. Déterminer une équation de la droite (Δ_1) qui passe par le point C et dont un vecteur directeur est $\vec{u}$.

On cherche une équation de $(\Delta_1) : ax + by + c = 0$. On a $a = 1$ et $b = -3$ donc

$(\Delta_1) : x - 3y + c = 0$. Le point $C(-1;5) \in \Delta_1$ donc $(-1) - 3 \times 5 + c = 0$

et donc $c = 16$. Donc (Δ_1) a pour équation $x - 3y + 16 = 0$.

3. Déterminer une équation de la droite (Δ_2) qui passe par A et qui est parallèle à la droite (BC).

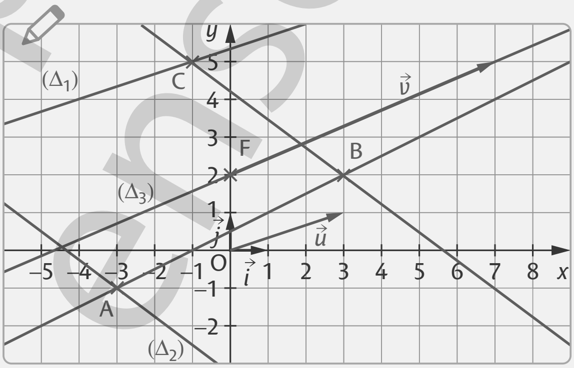
(Δ_2) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{BC}\,(-4\,;3)$.

On cherche une équation de $(\Delta_2) : ax + by + c = 0$. $a = 3$ et $b = 4$ donc

$(\Delta_2) : 3x + 4y + c = 0$. Le point $A(-3\,;-1) \in (\Delta_2)$ donc $3 \times (-3) + 4 \times (-1) + c = 0$

et donc $c = 13$. Donc (Δ_2) a pour équation $3x + 4y + 13 = 0$.

4. Faire une figure et tracer la droite (Δ_3) d'équation $3x - 7y + 14 = 0$.



Un vecteur directeur de (Δ_3) est $\vec{v}(7\,;3)$ et on choisit un point F tel que,

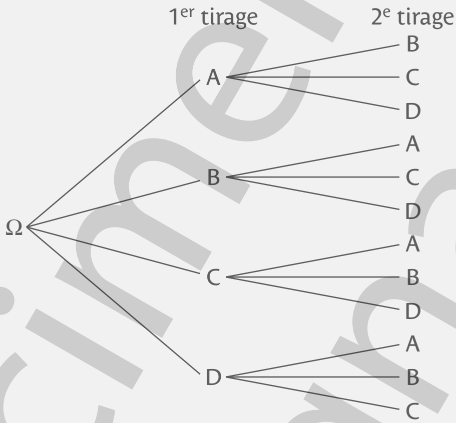
si $y = 2$ on a $x = 0$ donc $F(0\,;2)$ appartient à la droite.

Exercice 15 FICHES 56 et 57 Tirages sans remise

.... / 2

Une urne contient quatre jetons indiscernables au toucher marqués A, B, C et D. Une expérience aléatoire consiste à tirer un jeton dans l'urne, puis à tirer un deuxième jeton dans l'urne sans y avoir remis le premier.

1. Dessiner un arbre permettant de lire tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire. Donner alors l'univers Ω.



$\Omega = \{AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC\}$

2. Quelle est la probabilité p_1 d'obtenir B puis D (dans cet ordre) ?

$p_1 = \frac{1}{12}$

3. Quelle est la probabilité p_2 d'obtenir le jeton C en 2e position ?

$p_2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

4. Quelle est la probabilité p_3 de ne pas obtenir A dans le résultat ?

$p_3 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

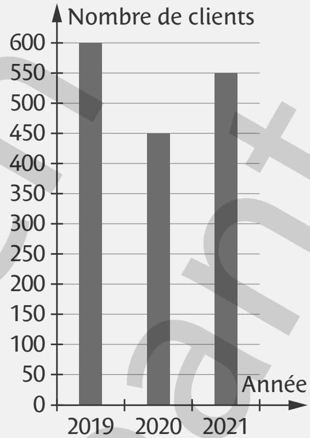
Mon bilan 2 Vers la spécialité Maths

Note	0 à 16	17 à 26	27 et plus
.... / 40	Revois les notions et concentre-toi sur les automatismes.	Encore un peu d'entraînement est nécessaire.	Bravo, tu es prêt pour la spécialité Maths !

Parcours 3 Vers les Maths STMG, STI2D, ST2S, STL et STHR

Automatismes

1 FICHE 50 Voici un diagramme qui indique le nombre de clients d'un hôtel en 2019, en 2020 et en 2021. Calculer :



a. le nombre de clients en moins en 2020 par rapport à 2019. .... / 0,5

150 clients.

b. le taux d'évolution de 2020 à 2021. .... / 0,5

environ +22,22 %.

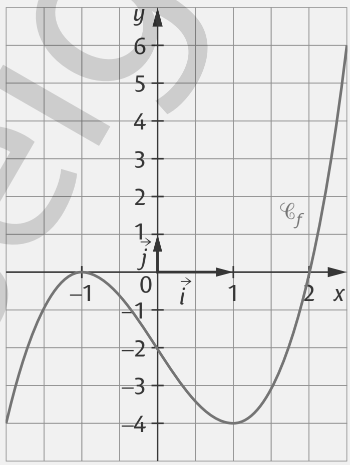
2 FICHE 49 30 % de 150 € est égal à : .... / 0,5

45 €

3 FICHE 13 L'équation $2x + 1 = x - 2$ a pour solution : $x = -3$ .... / 0,5

4 FICHE 39 L'équation $x^2 = 49$ a pour solution(s) : $x = 7$ et $x = -7$ .... / 0,5

5 FICHES 43 et 46 On a représenté ci-contre une fonction f définie sur $[-2 ; 2{,}5]$.



a. Le tableau de variations de f est : .... / 0,5

x	-2		-1		1		$2{,}5$
f	-4	↗	0	↘	-4	↗	6

b. Combien de solution(s) a l'équation $f(x) = -1$? Trois solutions. .... / 0,5

c. L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ a pour ensemble de solutions : $S = [-2 ; 2]$ .... / 0,5

6 FICHE 16 Le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de $(2x - 1)(x + 7)$ est : .... / 1

x	$-\infty$		-7		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x - 1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x + 7$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(2x - 1)(x + 7)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 1 FICHES 4 ; 5 ; 7 ; 13 ; 30 et 39 **Calcul d'IMC**

.... / 2

L'indice de masse corporelle d'une personne se calcule avec la formule :

$\text{IMC} = \dfrac{\text{masse}}{(\text{taille})^2}$, où la masse est en kilogrammes et la taille en mètres.

Une personne est en surpoids si son IMC est supérieur ou égal à 25.

1. Noam mesure 1,85 m et pèse 72 kg. Est-il en surpoids ?

$\dfrac{72}{1{,}85^2} \approx 21{,}04$ donc Noam n'est pas en surpoids.

2. Quelle est la masse m d'Emma dont l'IMC est égal à 19 et qui mesure 1,72 m ?

$19 = \dfrac{m}{1{,}72^2}$ donc $m = 19 \times 1{,}72^2 \approx 56{,}21$ donc la masse d'Emma est environ 56 kg.

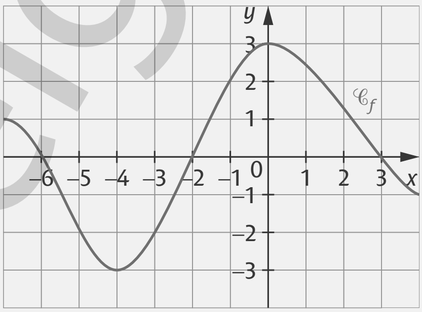
3. Quelle est la taille T de Gabriel dont l'IMC est égal à 26 et qui pèse 88 kg ?

$26 = \dfrac{88}{T^2}$ donc $T^2 = \dfrac{88}{26}$ donc $T = \sqrt{\dfrac{88}{26}} \approx 1{,}84$. La taille de Gabriel est de 1,84 m.

Exercice 2 FICHES 37 ; 43 ; 44 ; 45 et 46 **Lecture graphique**

.... / 2

On considère la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-7\,;\,4]$.



1. Donner les images de –2 et de 0.

$f(-2) = 0$ et $f(0) = 3$

2. Résoudre l'équation $f(x) = 3$.

$S = \{0\}$

3. Résoudre l'équation $f(x) = -2$.

$S = \{-5\,;\,-3\}$

4. Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

$S = [-7\,;\,-6] \cup [-2\,;\,3]$

5. Résoudre l'inéquation $f(x) < -2$. $S =]-5\,;\,-3[$

6. Dresser le tableau de variations de f.

x	-7		-4		0		4
f	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

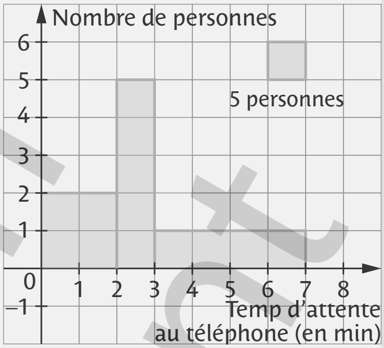
7. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.

x	-7		-6		-2		3		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3 FICHE 49 Étude d'un histogramme

.... / 1

Cet histogramme représente le temps d'attente au téléphone du service clients d'un opérateur.



1. Quel est l'effectif total de cette série statistique ?

13 carreaux donc 65 personnes

2. a. Combien de personnes ont attendu entre 2 et 3 minutes ? 25 personnes.

b. Quelle est la fréquence associée en % ?

$\frac{25}{65} \approx 0{,}38$ soit 38 %.

3. a. Combien de personnes ont attendu moins de 3 minutes ? 45 personnes.

b. Quelle est la fréquence en pourcentage associée ? $\frac{45}{65} \approx 0{,}69$ soit 69 %

Exercice 4 FICHES 49 et 56 Étude d'un sondage

.... / 2

Une agence de voyages fait un sondage auprès de ses deux catégories de clients : ceux qui partent seuls et ceux qui partent en groupe. Trois destinations sont concernées : la France, les pays de l'U.E. (hors France) et les pays hors U.E.
Sur 500 clients sondés, 310 partent en groupe dont 50 % en France et 30 % dans les pays de l'U.E. (sauf France).
Parmi les clients partant seuls, 40 % partent en France et 20 % dans les pays de l'U.E. (hors France).

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant.

	France	Pays de l'U.E. sauf France	Pays hors U.E.	Total
En groupe	155	93	62	310
Seuls	76	38	76	190
Total	231	131	138	500

2. Parmi les clients ayant choisi la France, quelle est la proportion de ceux partant seuls ? Arrondir à 1 % près.

$\frac{76}{231} \approx 33$ %

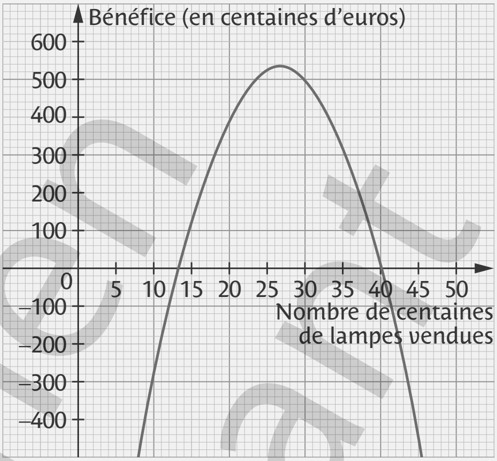
3. On interroge au hasard un client. Sachant qu'il est parti hors U.E., quelle est la probabilité qu'il soit parti en groupe ?

$\frac{62}{138} \approx 0{,}45$

Exercice 5 FICHES 11 ; 12 ; 14 ; 16 ; 37 et 46 Bénéfice solaire

........./ 3

Une entreprise qui fabrique des lampes solaires ne peut pas produire plus de 5 000 lampes par mois. Le bénéfice sur un mois est représenté graphiquement par la fonction b ci-contre.



1. Lire graphiquement $b(10)$ et interpréter ce résultat.

$b(10) = -300$. Pour une production de 1 000 lampes, l'entreprise est en déficit de 30 000 €.

2. Déterminer le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise et les quantités de lampes à fabriquer correspondantes.

54 000 € pour 2 700 lampes.

3. La fonction b définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ est donnée par $b(x) = -3x^2 + 160x - 1600$

a. Montrer que $b(x) = (x-40)(-3x+40)$.

$(x-40)(-3x+40) = -3x^2 + 40x + 120x - 1600 = -3x^2 + 160x - 1600 = b(x)$

b. Compléter le tableau ci-contre pour résoudre l'inéquation $b(x) \geqslant 0$.

$S = \left[\dfrac{40}{3}\,;40\right]$

x	0		$\frac{40}{3}$		40		50
$x-40$		−		−	0	+	
$-3x+40$		+	0	−		−	
$(x-40)(-3x+40)$		−	0	+	0	−	

c. En déduire la quantité de lampes produites et vendues pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

$\dfrac{40}{3}$ est environ égal à 13,34 donc, pour qu'elle réalise un bénéfice, l'entreprise doit produire entre 1 334 et 4 000 lampes.

Exercice 6 FICHES 49 ; 55 ; 56 ; 57 Week-end à Rome

.... / 2

Un comité d'entreprise souhaite organiser un week-end à Rome. Une enquête est menée concernant le choix des 1 200 salariés en matière de moyen de transport parmi le train, l'avion ou le car.

Le tableau ci-contre donne les résultats de l'enquête.

	Train	Avion	Car	Total
Femmes	468	196	56	720
Hommes	150	266	64	480
Total	618	462	120	1 200

On interroge au hasard un salarié de cette entreprise. On note :

- F l'événement : « Le salarié interrogé est une femme. »
- T l'événement : « Le salarié interrogé choisit le train. »

Dans tout l'exercice, on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près des résultats.

1. Calculer les probabilités $p(\mathrm{F})$ et $p(\mathrm{T})$.

$p(\mathrm{F}) = \dfrac{720}{1200} = 0{,}60$ et $p(\mathrm{T}) = \dfrac{618}{1200} \approx 0{,}52$

2. Que représente l'événement $\mathrm{F} \cap \mathrm{T}$? Calculer sa probabilité.

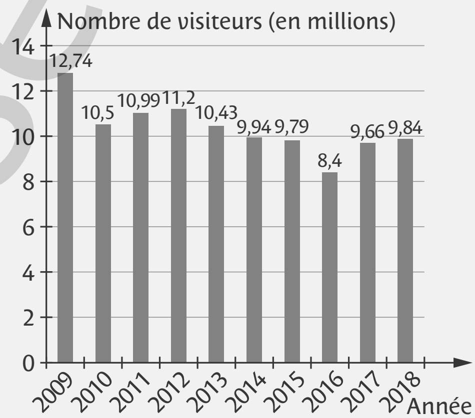
$\mathrm{F} \cap \mathrm{T}$ est l'événement : « Le salarié interrogé est une femme qui a choisi le train ». $p(\mathrm{F} \cap \mathrm{T}) = \dfrac{468}{1200} = 0{,}39$

3. Le salarié interrogé a choisi le train. Calculer la probabilité que ce salarié soit une femme. $\dfrac{468}{618} \approx 0{,}76$

Exercice 7 FICHES 50 ; 53 ; 54 Visite à Disneyland

.... / 1

Ce diagramme représente le nombre de visiteurs du Parc Disneyland entre 2009 et 2018. À l'aide de la calculatrice, indiquer :



a. le nombre moyen de visiteurs par an. 10,349 millions

b. l'écart-type arrondi à 0,01 près.

1,09

c. la médiane et les quartiles.

Médiane : 10,185 millions,

$Q_1 = 9{,}79$ millions, $Q_3 = 10{,}99$ millions

d. le taux d'évolution du nombre de visiteurs de 2009 à 2018.

$t = \dfrac{9{,}84 - 12{,}74}{12{,}74} \approx -0{,}23$ donc une baisse d'environ 23 %.

Exercice 8 FICHES 50 ; 32 et 33 Chiffre d'affaires

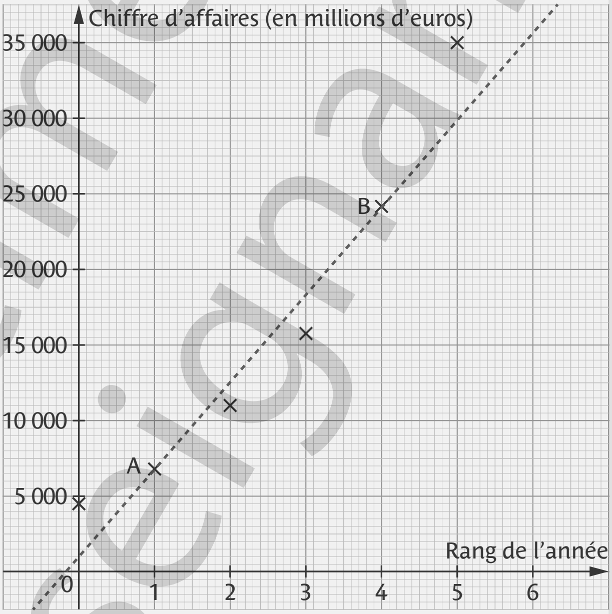
.... / 2

Ce tableau donne le chiffre d'affaires d'une entreprise de nouvelles technologies.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires (en millions d'euros)	4 470	6 810	10 953	15 750	24 255	35 655
Taux d'évolution		+52,3 %	+60,8 %	+43,8 %	+54 %	+47 %

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Une représentation graphique du nuage de points est donnée ci-contre. Donner l'équation réduite de la droite (d) passant par les points A(1 ; 6 810) et B(4 ; 24 255).



Le coefficient directeur de (d) est : $m = \dfrac{24\,255 - 6\,810}{4-1} = 5\,815$.
Une équation de (d) est $y = 5\,815x + p$. Comme $A(1 ; 6\,810) \in (d)$, $6\,810 = 5\,815 \times 1 + p$ donc $p = 995$. L'équation de (d) est $y = 5\,815x + 995$.

3. En prenant ce modèle, quel sera le chiffre d'affaires en 2021 ?

En 2021, $x = 6$ donc $y = 5\,815 \times 6 + 995 = 35\,885$ millions d'euros.

Mon bilan 3 Vers les Maths STMG, STI2D, ST2S, STL et STHR

Note	0 à 8	9 à 13	14 et plus
.... / 20	Revois les notions et concentre-toi sur les automatismes.	Encore un peu d'entraînement est nécessaire.	Bravo, tu es prêt pour les Maths de la voie technologique !

Vers la spécialité Maths STI2D et STL

Automatismes

1 FICHE 49 On applique une remise de 20 % à un sac qui coûte 120 €. .... / 0,5

Quel est le montant de la remise ? Le montant de la remise est 24 €.

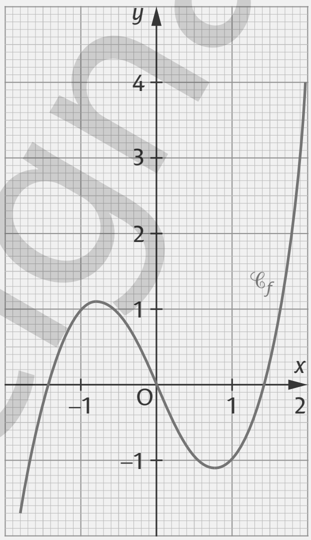
2 FICHE 10 Dans une classe de 35 élèves, 20 pratiquent le ski. .... / 0,5
Quelle est, sous forme de fraction irréductible, la proportion des élèves pratiquant le ski ? $\frac{4}{7}$

3 FICHE 12 Factoriser $4x(3-x)-(2x+1)(3-x)$. .... / 0,5

$(3-x)(4x-2x-1)=(3-x)(2x-1)$

4 FICHE 11 Développer $(5x+2)^2$. $25x^2+20x+4$ .... / 0,5

5 FICHES 37, 43, 45, 46 La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormé du plan.



a. Quelle est l'image de 2 par la fonction f ? 4 .... / 0,5

b. Combien l'équation $f(x)=0$ a-t-elle de solutions dans [–1,8 ; 2] ? Trois solutions .... / 0,5

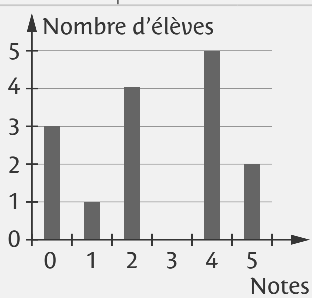
c. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur [–1,8 ; 2]. .... / 0,5

x	–1,8		–0,8		0,8		2
f	–1,7	↗	1,1	↘	–1,1	↗	4

d. Compléter le tableau de signes de la fonction f sur [–1,8 ; 2]. .... / 0,5

x	–1,8		–1,4		0		1,4		2
$f(x)$		–	0	+	0	–	0	+	

6 FICHE 11 Soit la répartition ci-contre des notes obtenues par 15 élèves lors d'un devoir noté sur 5.



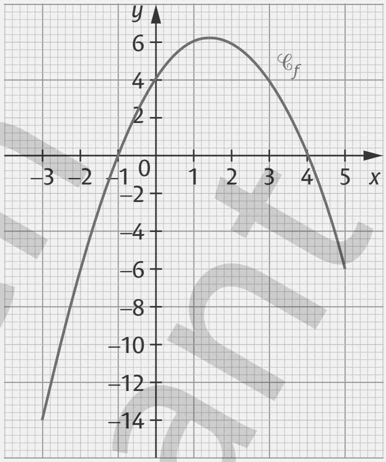
a. Combien d'élèves ont obtenu 2 sur 5 au devoir ? 4 élèves. .... / 0,5

b. Quel pourcentage d'élèves a obtenu au moins 4 sur 5 au devoir ? 46,6 % .... / 0,5

Exercice 1 FICHES 37 ; 43 ; 44 et 46 Étude de fonction

.... / 3

Soit la fonction f définie sur $[-3\,;5]$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ dont voici la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal.



1. Quelles semblent être les solutions de l'équation $f(x) = 0$? Justifier par le calcul.

–1 et 4 sont les solutions.

$f(-1) = -(-1)^2 + 3\times(-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$

$f(4) = -4^2 + 3\times 4 + 4 = -16 + 12 + 4 = 0$

2. Le point de coordonnées (2 ; 6) appartient-il à $\mathscr{C}_f$? Justifier.

Oui car $f(2) = -2^2 + 3\times 2 + 4 = -4 + 6 + 4 = 6$.

3. Résoudre graphiquement $f(x) > 4$.

$S =]0\,;3[$

4. Compléter le tableau de variations de la fonction f.

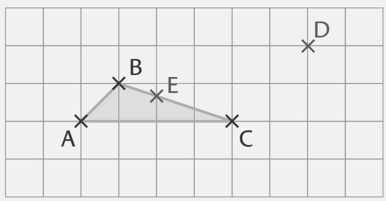
x	-3	$1{,}5$	5
f	-14 ↗	$6{,}25$	↘ -6

Exercice 2 FICHES 19 ; 20 ; 21 et 25 Construction et colinéarité

.... / 2

Soit un triangle ABC. Soit les points D et E définis par $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. Construire les points D et E.



2. Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

3. En déduire que les points A, E et D sont alignés.

$3\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires avec une origine commune, le point A. Donc les points A, E et D sont alignés.

Exercice 3 FICHES 37 ; 11 ; 12 et 16 Coût de production

.... / 3

Un apiculteur vend des cartons de pots de miel. Le coût de production, en euros, de x cartons, est modélisé par le nombre $C(x)$, où C est la fonction définie sur $[0\,;\,120]$ par $C(x) = 0{,}25x^2 + 500$ pour $x \leqslant 120$.

1. Calculer le coût de production de 40 cartons.

$C(40) = 0{,}25 \times 40^2 + 500 = 900$ €

2. Soit le bénéfice, en euros, réalisé après la production et la vente de x cartons. Il est modélisé par la fonction B définie sur $[0\,;\,120]$ par $B(x) = -0{,}25x^2 + 30x - 500$. Montrer que pour tout x appartenant à $[0\,;\,120]$, $B(x) = -0{,}25(x-20)(x-100)$.

$-0{,}25(x-20)(x-100) = -0{,}25(x^2 - 120x + 2\,000) = -0{,}25x^2 + 30x - 500 = B(x)$

3. Déterminer le tableau de signes de $B(x)$ sur $[0\,;\,120]$.

x	0		20		100		120
$-0{,}25$		$-$	|	$-$	|	$-$	
$x-20$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-100$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-0{,}25(x-20)(x-100)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4. Combien de cartons l'apiculteur doit-il produire et vendre pour réaliser un bénéfice ?

Il doit produire entre 20 et 100 cartons.

Exercice 4 FICHES 29 et 11 Trigonométrie

.... / 2

Démontrer que pour tout réel x, on a :

a. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$.

$(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$

$= \cos^2 x + 2\cos x \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x - 2\cos x \sin x + \sin^2 x = 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2.$

b. $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \cos x \sin x$.

$(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$

$= \cos^2 x + 2\cos x \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x + 2\cos x \sin x - \sin^2 x$

$= 4 \cos x \sin x$

Exercice 5 FICHES 13 ; 22 ; 26 ; 27 et 29 Dans un repère .... / 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Soit les points $A(3 ; 1)$, $B(2 ; -2)$ et $C(-6 ; 4)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{(-6-3)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{90}$

et $BC = \sqrt{(-6-2)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{100}$

Donc $BC^2 = 100 = 90 + 10 = AB^2 + AC^2$ donc ABC est rectangle en A.

2. Calculer une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$ donc $\widehat{ABC} \approx 71{,}56°$

3. Déterminer les coordonnées du point D image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On a $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ donc $\begin{cases} x_D + 6 = -1 \\ y_D - 4 = -3 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = 1 \end{cases}$

4. Déterminer la nature du quadrilatère ABDC.

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ donc ABDC est un parallélogramme. Or le triangle ABC est rectangle en A donc le parallélogramme ABDC est un rectangle.

Exercice 6 FICHES 22 ; 23 ; 31 et 34 Positions relatives de droites .... / 3

Soit $A(2 ; -1)$, $B(4 ; 2)$, $C(-1 ; 0)$ et $D(-5 ; -6)$ dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne des droites (AB) et (CD).

$\overrightarrow{AB}(2 ; 3)$. Donc (AB) a une équation cartésienne du type $3x - 2y + c = 0$.

Or cette droite passe par $A(2 ; -1)$ donc $3 \times 2 - 2 \times (-1) + c = 0$ donc $c = -8$ et

$(AB) : 3x - 2y - 8 = 0$.

$\overrightarrow{CD}(-4 ; -6)$. (CD) a une équation cartésienne du type $-6x + 4y + c = 0$

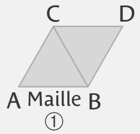
$C(-1 ; 0)$ donc $-6 \times (-1) + 4 \times 0 + c = 0$ d'où $c = -6$ et $(CD) : -6x + 4y - 6 = 0$.

2. Étudier la position relative de ces deux droites.

Soit on constate que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires car $\overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB}$, soit on cherche les coefficients directeurs des deux droites : $(AB) : y = \dfrac{3}{2}x - 4$ et $(CD) : y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{3}{2}$.

Les droites sont parallèles puisqu'elles ont le même coefficient directeur $\dfrac{3}{2}$.

Exercice 7 FICHES 27 et 30 Pavage par symétrie et translation .... / 3



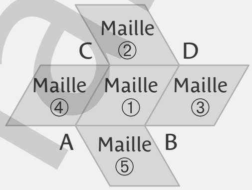
Soit ABDC un losange formé de deux triangles équilatéraux ABC et CBD dont la longueur des côtés vaut 5 cm.

1. On a $AD = 5\sqrt{3}$ cm, calculer l'aire du losange ABDC en cm².

La hauteur du triangle équilatéral BCD est égale à $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

L'aire de BCD est donc égale à $5 \times \dfrac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{25\sqrt{3}}{4}$ cm²

Donc l'aire du losange est $2 \times \dfrac{25\sqrt{3}}{4} = \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$ cm².



2. On a construit le motif ci-contre à partir de cinq mailles identiques à la maille ①. Quelle est le numéro de la maille obtenue à partir de la maille ① :

a. par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$? La maille ③

b. par la symétrie d'axe (AB) ? La maille ⑤

3. Quelle transformation permet d'obtenir les deux autres mailles à partir de la maille ① ?

On obtient la maille ④ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ et la maille ② par la symétrie d'axe (CD).

Exercice 8 FICHES 49 ; 53 et 54 Statistiques pour une éolienne .... / 2

Pour installer une éolienne, une entreprise mesure la vitesse du vent chaque jour pendant un mois. Cette éolienne fonctionne si le vent atteint au moins 8 nœuds et doit être arrêtée si le vent atteint ou dépasse 48 nœuds. Voici les résultats des mesures.

Vitesse du vent (en nœuds)	7	14	16	18	20	22	24	26	27	30	42	49
Effectif (en jours)	1	2	3	1	1	3	4	5	3	4	2	1

1. Calculer le pourcentage des jours du mois où l'éolienne ne produit pas d'électricité.

$\dfrac{2}{30} \approx 0{,}067$. Durant 6,7 % des jours du mois, l'éolienne ne produit pas d'électricité.

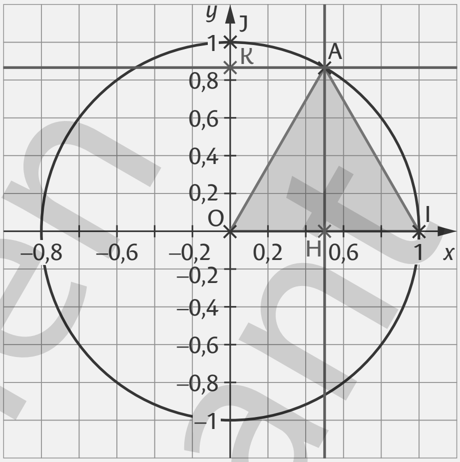
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la moyenne et la médiane de cette série.

La moyenne est 24,9 environ et la médiane est 25.

Exercice 9 FICHES 27 ; 28 ; 29 et 30 Cercle trigonométrique

......../ 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ Soit le triangle OAI équilatéral tel que A appartient au cercle de centre O et de rayon OJ.



1. Construire les points H et K projetés orthogonaux respectifs de A sur les droites (OI) et (OJ).

2. Donner la valeur exacte de l'arc de cercle $\widehat{AI}$.

2π correspondent à 360° donc 60° correspondent à $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$. L'arc de cercle $\widehat{AI}$ a donc pour longueur $\frac{\pi}{3}$.

3. Déterminer les coordonnées du point A.

Le triangle OAI est équilatéral donc la hauteur (AH) est aussi la médiane issue de A et H est le milieu de [OI]. L'abscisse de A est donc $\frac{1}{2}$.

Par ailleurs, dans le triangle rectangle AHO, on a $AO^2 = OH^2 + HA^2$ donc $HA^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ donc $HA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ soit $A\left(\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4. Calculer $\cos(\widehat{AIO})$ et $\sin(\widehat{AIO})$.

$\cos(\widehat{AIO}) = \cos(\widehat{AIH}) = \frac{HI}{AI} = \frac{1}{2}$ et $\sin(\widehat{AIO}) = \frac{AH}{AI} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 10 FICHES 49 ; 50 ; 51 et 52 Évolutions et pourcentages

......../ 5

1. Quel est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 13 % ? 1,13

2. Quel est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 15 % ? 0,85

3. Quel taux d'évolution faut-il appliquer à un prix de 60 € pour obtenir un prix de 75 € ? +25 %

4. Déterminer le taux d'évolution t équivalent à une réduction de 50 % suivie d'une augmentation de 30 %.

$0,5 \times 1,3 = 0,65$ donc $t = 0,65 - 1 = -0,35$ donc une baisse de 35 %

5. À la suite d'une augmentation de 25 %, si le prix final est de 150 €, quel est le prix initial ? $\frac{150}{1,25} = 120$ €

Exercice 11 FICHES 32 ; 34 et 35 Systèmes

.... / 4

Dans un repère orthonormé, soit les droites (d_1) d'équation $y = -2x + 5$ et (d_2) d'équation $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.

1. Justifier que ces deux droites sont sécantes.

(d_1) et (d_2) n'ont pas le même coefficient directeur, elles sont donc sécantes.

2. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Soit $M(x ; y)$ le point d'intersection de (d_1) et de (d_2). Ses coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 5 \\ -2x + 5 = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 5 \\ -2x - \frac{1}{2}x = -\frac{5}{2} - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 5 \\ -\frac{5}{2}x = -\frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 5 \\ x = -\frac{15}{2} \times -\frac{2}{5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \times 3 + 5 = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Donc $M(3 ; -1)$

3. Montrer que $A(2 ; 1)$ appartient à (d_1) et que $D(1 ; -2)$ appartient à (d_2).

$(d_1) : y = -2x + 5$. Si $A(2 ; 1) \in (d_1)$ alors $-2 \times (2) + 5 = 1 = y_A$ donc $A \in (d_1)$

$(d_2) : y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ Si $D(1 ; -2) \in (d_2)$ alors $\frac{1}{2} \times 1 - \frac{5}{2} = -2 = y_D$ donc $D \in (d_2)$

4. En déduire que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires

Montrons que le triangle AMD est rectangle.

$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$MA = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(2-3)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$MD = \sqrt{(x_D - x_M)^2 + (y_D - y_M)^2} = \sqrt{(1-3)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

La plus grande longueur est AD.

$AD^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$ et $MA^2 + MD^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10 = AD^2$

Donc $AD^2 = MA^2 + MD^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AMD est rectangle en M, donc les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

Exercice 12 FICHES 55 ; 56 et 57 Tirages sans remise .... / 2

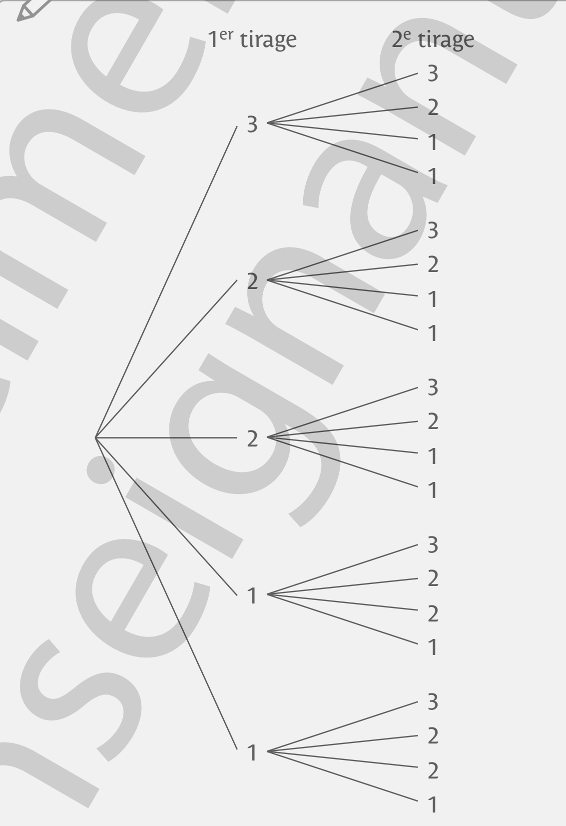
Un sac contient cinq jetons : un jeton portant le numéro 3, deux jetons portant le numéro 2 et deux jetons portant le numéro 1.

On tire successivement deux jetons du sac sans les y remettre.

Si le premier jeton porte le numéro **3** et le second jeton, le numéro **2**, alors obtient le couple de numéros (**3** ; **2**).

On fait la somme $\mathbf{3} + \mathbf{2} = \mathbf{5}$ des numéros obtenus et on gagne **5** points.

1. Dessiner un arbre pour modéliser cette expérience.



2. Combien l'univers Ω comporte-t-il d'issues ?

20 issues.

3. En déduire la probabilité des événements suivants.

A : « Obtenir deux jetons de numéros identiques. »

$p(\mathrm{A}) = \dfrac{4}{20} = \dfrac{1}{5}$

B : « Obtenir deux jetons de numéros différents. »

$p(\mathrm{B}) = \dfrac{16}{20} = \dfrac{4}{5}$

C : « Gagner 4 points avec les deux jetons. »

$p(\mathrm{C}) = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$

D : « Gagner au moins 4 points avec les deux jetons. »

$p(\mathrm{D}) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$

Mon bilan 4 Vers la spécialité Maths STI2D et STL

Note	0 à 16	17 à 26	27 et plus
.... / 40	Revois les notions et concentre-toi sur les automatismes.	Encore un peu d'entraînement est nécessaire.	Bravo, tu es prêt pour la spécialité Maths de la voie technologique !

Couverture : Delphine D'INGUIMBERT
Plat 3 de couverture : Sophie CHARBONNEL
Création et maquette intérieure : Fréderic JÉLY
Mise en pages et schémas : STDI
Directrice éditoriale : Fabienne MICHEL
Responsable éditorial : Adrien FUCHS
Coordination éditoriale : Marilyn MAISONGROSSE
Coordination numérique : Dominique GARRIGUES

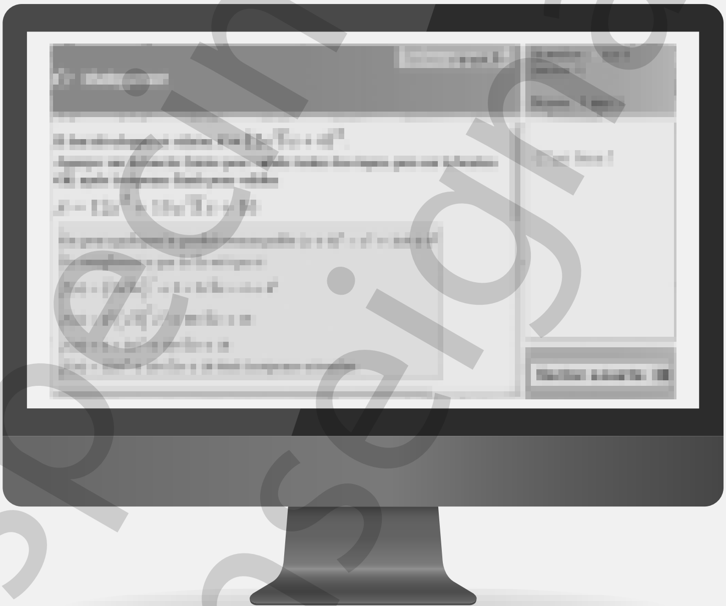
5, allée de la 2e D.B. – 75015 Paris
www. magnard.fr
ISBN : 978-2-210-11670-2

La banque d'exercices Sésamath

Entraîne-toi avec Sésamath

Pour **chaque fiche** du livret, accède gratuitement à une plateforme d'**exercices interactifs autocorrigés** pour t'**entraîner**.

- Les **données** de l'exercice sont **renouvelées** à chaque fois afin de pouvoir faire des **gammes**.
- Le **corrigé** est **détaillé** pour t'aider en cas d'erreur.



En +

61 cartes flash pour tester ta connaissance du cours et aborder sereinement une nouvelle notion du livret.

Vers les Maths en 1re

VOIE GÉNÉRALE

Tronc Commun Enseignement scientifique

Un enseignement pour tous, comportant des maths utiles dans la vie de tous les jours et pour exercer un sens critique en tant que citoyen.

➜ Je choisis la **SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES**

- Si je me sens à l'aise et j'ai un certain goût pour les maths.
- Si je souhaite faire des études de sciences, d'économie, de commerce, de statistiques, de comptabilité, d'informatique, de santé...

VOIE TECHNOLOGIQUE

Tronc Commun Mathématiques

Un enseignement concret des mathématiques, adapté à toutes les séries (STMG, ST2S, ...)

➜ Je choisis les séries STI2D et STL avec la **SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES**

- Si je me sens à l'aise et j'ai un certain goût pour les maths.
- Si je souhaite faire des sciences et de la technologie appliquée ou des sciences expérimentale en laboratoire.

+ d'informations

- www.parcourssup.fr
- www.horizons21.fr

ISBN : 978-2-210-11670-2

9 782210 116702

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

Nos ouvrages étant destinés **exclusivement** à une utilisation en classe, les ressources associées (dont les corrigés) sont uniquement mises à disposition des enseignants dans le cadre de la préparation de leurs cours. Ces ressources ne sont donc pas accessibles aux parents et aux élèves.

MAGNARD
www.magnard.fr