MATHS

1re Tronc commun

Enseignement scientifique

Livre du professeur

Hélène GRINGOZ
Coordinatrice
Académie de Grenoble

Frédéric WEYERMANN
Coordinateur
Lycée Polyvalent Léon Blum
Créteil (94)

Sandrine BAGLIERI
Académie d'Aix-Marseille

Didier KRIEGER
Lycée André Marie Ampère
Lyon (69)

Delphine BAU
Lycée Polyvalent Évariste Galois
Noisy-le-Grand (93)

Paul MILAN
Lycée d'Adultes
Paris (75)

François GUIADER
Lycée Teilhard de Chardin
St-Maur-des-Fossés (94)

Mathieu PRADEL
Lycée Diderot
Paris (75)

Les auteurs et les éditions MAGNARD remercient vivement l'association Sésamath pour la réalisation de ressources pédagogiques et le travail collaboratif dans le cadre de notre partenariat.

MAGNARD

Sommaire

Résolution de problèmes

Tout au long du manuel, nous proposons des exercices non guidés permettant aux élèves d'apprendre à résoudre des problèmes selon les principes didactiques du document « la résolution de problèmes au collège », pour être dans la même continuité d'apprentissage entre le collège et le lycée.

Nous avons déterminé cinq thèmes parcourant les six chapitres.

L'apprentissage se décompose en trois parties : l'apprentissage, le transfert des réflexes et l'identification du thème à utiliser.

- **L'apprentissage de réflexes liés à la thématique du chapitre**

Un exercice est corrigé en montrant comment les réflexes permettent de résoudre le problème.
Trois exercices sont ensuite proposés pour fixer ces réflexes. Le premier permet de reproduire le raisonnement proposé, le deuxième et le troisième introduisent des adaptations plus ou moins implicites.

- **Le transfert des réflexes sur des exercices fléchés**

Dans chaque chapitre, des exercices sont fléchés comme utilisant un thème précis permettant aux élèves soit d'être guidés en se référant à la page concernée, soit d'identifier la thématique nécessaire à la résolution de l'exercice.

- **L'identification du thème à utiliser**

Des exercices non fléchés, mais indiqués dans ce livre du professeur (voir le tableau suivant), permettent aux élèves d'apprendre à identifier parmi les thématiques celles qu'il faut utiliser.

1. Extraire les données utiles			
Apprentissage des réflexes : Chapitre 1 **Analyse de l'information chiffrée**	Je repère la conclusion du problème pour identifier la leçon concernée	Je repère les informations nécessaires pour y répondre	
Transfert des réflexes	Chapitre 1 29 p. 23 40 p. 25		Chapitre 5 55 p. 111
Identification des thèmes à utiliser	Chapitre 1 27 p. 23 30 p. 23 Chapitre 2 38 p. 45	Chapitre 4 110 p. 95	Chapitre 5 61 p. 112
2. Choisir le bon schéma			
Apprentissage des réflexes : Chapitre 2 **Phénomènes aléatoires**	J'identifie le type de schéma à réaliser pour visualiser le problème	Je réalise ce schéma en respectant les hypothèses du problème	
Transfert des réflexes	Chapitre 2 60 p. 48		Chapitre 6 97 p.133
3. Modéliser une évolution			
Apprentissage des réflexes : Chapitre 3 **Croissance linéaire** Chapitre 4 **Croissance exponentielle**	J'identifie une indéterminée et constate qu'elle prend des valeurs isolées (modèle discret) ou dans un intervalle (modèle continu)	J'identifie les informations de l'énoncé permettant de déterminer le type de croissance et son rythme pour expliciter la suite (modèle discret) ou la fonction (modèle continu) qui modélise l'évolution	
Transfert des réflexes		Chapitre 3 94 p. 70 106 p. 73 Chapitre 4 94 p. 92	Chapitre 6 80 p. 130
Identification des thèmes à utiliser		Chapitre 3 84 p. 70 Chapitre 4 104 105 p. 94	
4. Vérifier un résultat			
Apprentissage des réflexes : Chapitre 5 **Variation instantanée**	Je vérifie que la solution trouvée n'est pas aberrante.	Je vérifie que la solution trouvée est cohérente avec le problème posé.	Si cela est possible, je fais une vérification numérique
Transfert des réflexes	Chapitre 2 54 p. 47		Chapitre 5 49 p. 110
Identification des thèmes à utiliser	Chapitre 2 64 p. 49	Chapitre 3 56 57 62 p. 68	Chapitre 6 84 p. 130

5. Analyser un problème			
Apprentissage des réflexes : Chapitre 6 **Variations globales**	J'identifie la conclusion ou la question posée.	J'en déduis les étapes du raisonnement ainsi que les propriétés utiles et leurs hypothèses.	Reprendre le raisonnement dans l'ordre en suivant toutes les étapes
Transfert des réflexes	Chapitre 2 76 p. 51	Chapitre 3 92 p. 70	Chapitre 6 79 p. 130 82 p. 130
Identification des thèmes à utiliser	Chapitre 2 62 p. 48 77 p. 51	Chapitre 3 59 p. 68	Chapitre 6 83 85 p. 131

Méthodes des automatismes

➥ Manuel p. 6-13

1 **a)** A = 5,6 **b)** B = 720
c) C = 3,7 **d)** D = 42,75

2 **a)** E = 22,4 **b)** F = 168
c) G = 1 500,003 **d)** H = –297

3 **a)** A = 18 **b)** B = $-\frac{1}{20}$
c) C = $\frac{2}{5}$ **d)** D = $-\frac{1}{24}$

4 **a)** E = 1 **b)** F = $-\frac{3}{2}$
c) G = $\frac{5}{2}$ **d)** H = $-\frac{4}{9}$

5 **a)** 18 **b)** 360 **6** 60 %

7 3 450 € **8** 1 099 élèves

9 Une hausse de 2,9 %

10 Une baisse de 28 %

11 Une baisse de 20 %

12 Une hausse d'environ 66,7 %

13 $V = 44{,}101\,548\pi \approx 138{,}5$ cm^3

14 $V = 67{,}5$ cm^3

15 **a)** $x = \frac{9}{3{,}5} = \frac{18}{7}$ **b)** $x = -1$ **c)** $x = 1$

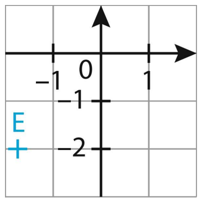
16 **a)** $x = 11$ ou $x = -11$
b) $x = \sqrt{50}$ ou $x = -\sqrt{50}$.
c) $x = 1$ ou $x = -1$

17 **a)** 10 500 **b)** 140 **c)** –15 000

18 116 000

19

20 **1.** C(0,5 ; 0,25)
2.



21 L'axe des abscisses représente le temps en années et l'axe des ordonnées représente le salaire minimum horaire en euros.

22 L'axe des abscisses représente la pointure en taille de pointure et l'axe des ordonnées représente la taille en cm.

23 **1.** 1986 ou 1987.
2. Environ 72 ans.

24 **1.** Approximativement –2,8 ; 0,8 et 3,4.
2. 1,5.
3. –1.

25 En 2 ans et quelques mois.

26

x	-4		-1		2		5
f			$1{,}5$				$3{,}5$
	-3	↗		↘	-1	↗	

Chapitre 1 Analyse de l'information chiffrée

↪Manuel p. 14-33

Commentaires pédagogiques

Tout au long du collège et en Seconde, les élèves ont étudié progressivement les différents indicateurs décrivant un caractère unique sur des séries statistiques. Cette année, il s'agit, pour la première fois, d'étudier deux caractères d'une même série. Les contenus mathématiques sont donc simplement abordables et l'accent est mis sur la sensibilisation à la richesse de l'information chiffrée accessible.
Après deux activités pour découvrir les deux nouveautés que sont le tableau croisé d'effectifs et le nuage de points, le cours et les exercices résolus exploiteront aussi les différents diagrammes vus au collège dans l'optique d'offrir plusieurs angles de travail sur une série statistique bivariée.
Pour chacun des modes de représentation, deux types d'exercices sont proposés à l'élève : des exercices « papier », permettant de le confronter à la manipulation technique, et des exercices à faire avec le tableur. Dans chaque exercice, nous avons veillé à faire suivre la question purement technique par une ou plusieurs questions d'interprétation de la représentation obtenue d'une situation réelle donnée. Pour ces questions d'interprétation, il n'y a pas forcément de réponse unique. Nous vous en proposons une. Le large choix de situations proposées aux élèves a pour but de les confronter à des données réelles, mettant un éclairage sur des sujets d'actualité (développement durable, changement climatique, biodiversité, économie, démographie, santé publique, etc.). Nous invitons ainsi l'élève à exercer son sens critique face aux différentes représentations possibles de l'information chiffrée et lui faisons découvrir l'immensité des sources de données à sa disposition sur les sites institutionnels, en particulier le site de l'Insee.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
- dresser un tableau croisé de deux caractères à partir d'un fichier de données.
- utiliser un tableur pour représenter des données sous forme de tableaux ou de diagrammes.

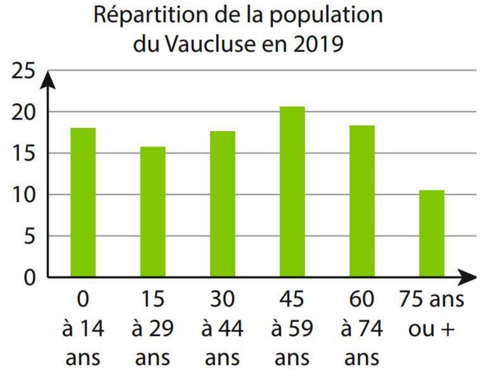
Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 15

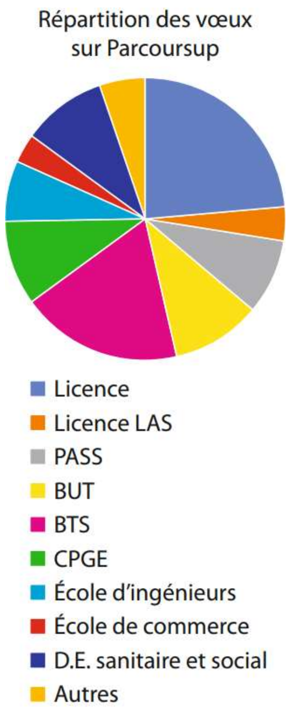
1 Calculer des fréquences

Nombre de connexions	0	1	2	3	4	5+
Nombre d'élèves	4	13	26	41	36	20
Fréquences en %	2,9	9,3	18,6	29,3	25,7	14,3

2 Construire un diagramme en barres



3 Tracer un diagramme circulaire



4 Calculer des pourcentages de sous-groupe

1.

	En France	À l'étranger	Total
En hôtel	420	361	781
En location	759	623	1 382
Total	1 179	984	2 163

984 clients parmi 2 163 souhaitent voyager à l'étranger.

$984 \div 2\,163 \approx 0{,}4549$

45,5 % des clients souhaitent voyager à l'étranger.

2. 759 clients, parmi les 1 179 clients souhaitant voyager en France, souhaitent une location.

$759 \div 1\,179 \approx 64{,}37$

64,4 % des clients, souhaitant voyager en France, souhaitent une location.

Activités

p. 16

1 Récolter des données dans un tableau

• **Durée estimée :** 20 min

• **Objectifs** : établir un premier contact avec une étude de deux caractères sur les individus d'une même population, mettre en œuvre une stratégie de dénombrement et de tri.

1.

	Pi	TC	VP	Total
[0 ; 15[	1	2	4	7
[15 ; 30[	4	5	6	15
[30 ; 45[	0	5	3	8
Total	5	12	13	30

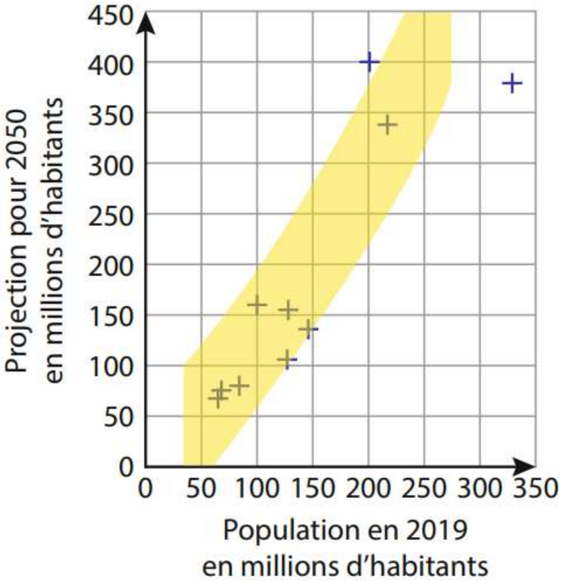
2. Temps de trajet moyen réel : 23,36 min. Approximation à partir du tableau à double entrée : 23 min.

2 Construire un nuage de points

• **Durée estimée :** 20 min

• **Objectifs :** découvrir un nouveau type de graphique, réactiver tous les principes de construction d'un graphique (choix des axes : unités, échelle ; titrage)

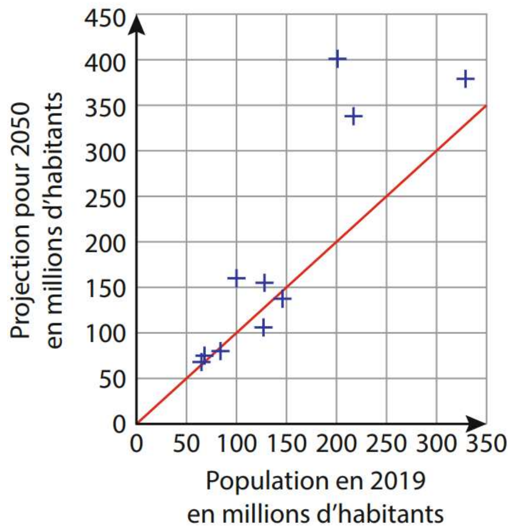
1. a)



b) Les points sont groupés sur une bande oblique et un point est éloigné de la bande.

2. Il suffit de tracer la droite dans la diagonale du quadrillage passant par l'origine. Les pays représentés par un point sur cette droite auraient la même population en 2019 et en 2050.

Les points en dessous de cette droite représentent donc des pays qui auront moins d'habitants en 2050 qu'en 2019.



Exercices résolus

À vous de jouer

p. 18-19

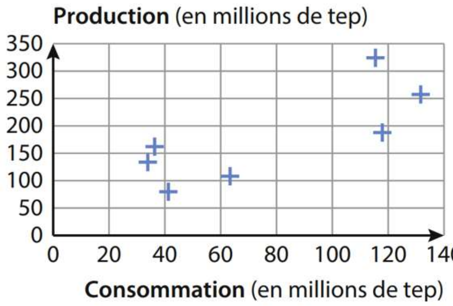
1

Nombre d'enfants scolarisés \ Nombre de véhicules	2	3	Total
0	5	1	6
1	0	1	1
2	2	3	5
Total	7	5	12

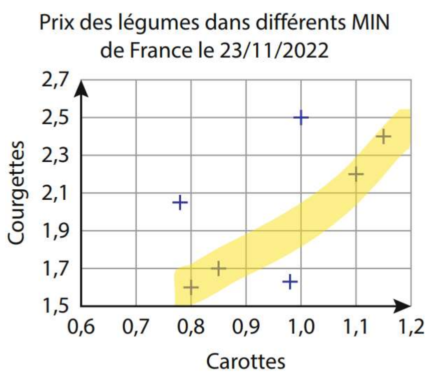
2

Diplôme \ CSP	Agriculteurs	Employés	Ouvriers	Total
Bac GT		1	1	2
Bac pro			2	2
DNB	3		1	4
Encore scolarisé	3		1	4
Total	6	1	5	12

3



4 **1.**



2. Le nuage de points est globalement groupé. Certains points semblent alignés.
Dans ces marchés, les prix des carottes et des courgettes sont proportionnels.

Exercices résolution de problèmes

p. 20

5 L'exercice nous demande de vérifier si un dixième des individus interrogés répondent à un critère. Il faut donc calculer une proportion.

La formule est : $\frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}}$.

Le groupe total est celui des jeunes sans diplôme et le groupe partiel est celui des pères avec une profession intermédiaire.

La proportion de jeunes dont le père occupe une profession intermédiaire parmi les jeunes sortis dans diplôme est donnée par la formule

$$\frac{\text{nombre de jeunes dont le père occupe une profession intermédiaire}}{\text{nombre de jeunes sortis sans diplôme}}$$

Soit $\frac{209}{2\,162} \approx \frac{1}{10}$.

Pedro a raison.

6 On nous demande un taux, donc un pourcentage.

La formule est : $\frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} \times 100.$

L'effectif partiel est donné par les admis, soit deux lignes dans le tableau.

L'effectif total est donné par tous les candidats admis et refusés, soit la somme de toutes les lignes.

Le taux réussite au Bac de ce lycée est donné par la formule : $\frac{\text{nombre d'admis}}{\text{nombre de candidats}} \times 100$

Soit : $\frac{476 + 21}{476 + 3 + 21 + 12} \times 100 \approx 97{,}07$

Le taux de réussite au Bac dans ce lycée est d'environ 97,07 %.

7 On nous demande un pourcentage.

La formule est : $\frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} \times 100.$

L'effectif partiel est donné par la ligne « femmes seules ».

L'effectif total est donné par la ligne « ensemble » de la colonne « populations des foyers ».

Le pourcentage de femmes seules est donné par la formule

$$\frac{\text{nombre de femmes seules}}{\text{ensemble de la population des foyers}} \times 100$$

$\approx 11{,}43$

Dans la Creuse, 11,43 % de la population sont des femmes seules.

Exercices automatismes p. 21

Rituel 1

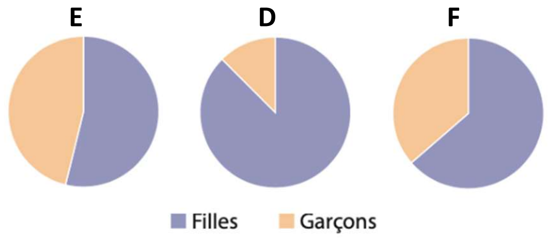
8

Effectif en classe de 2de	2de A	2de B	2de C	Total
Filles	13	11	20	44
Garçons	12	14	5	31

9

	2de D	2de E	2de F
Proportion de filles	$\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$	$\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$	$\frac{21}{33} = \frac{7}{11}$

10



Rituel 2

11 Abscisses : date sous le format mois-année.
Ordonnées : le prix du baril de pétrole en dollars.

12 Environ 20 $.

13 En 2008, en 2011 et en 2012.

Rituel 3

14 $\frac{2}{5} \times 15 = \frac{2}{5} \times 5 \times 3 = 6$

15 $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} = \frac{8+21}{28} = \frac{29}{28}$

16 137 élèves.

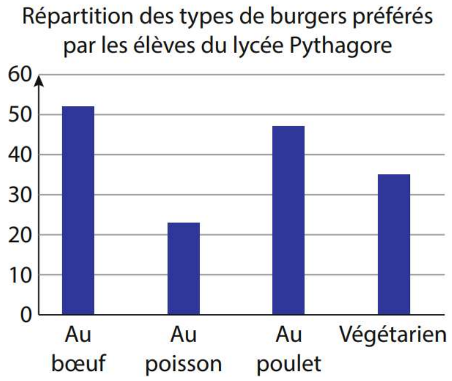
17 Environ 2.

18 Croissante sur $[-5\,;-3{,}8]$; décroissante sur $[-3{,}8\,;0{,}8]$ et croissante sur $[0{,}8\,;\ 2]$.

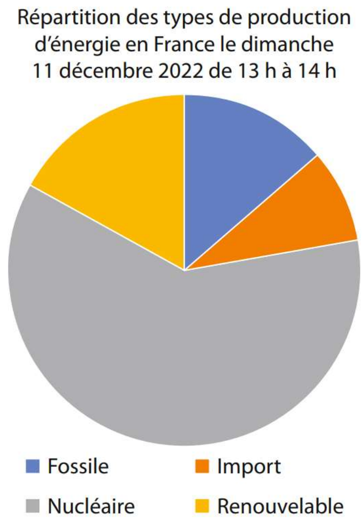
Exercices d'entraînement p. 22-27

Je consolide mes acquis

19 **Construire un diagramme en barres**



20 **Construire un diagramme circulaire**



21 **Calculer des pourcentages**

1. $\frac{0{,}7}{2{,}36} \approx \frac{3}{10}$

2. $\frac{9{,}26 - 7{,}63}{7{,}63} \times 100 \approx 21\ \%$

3. $4{,}2 \times 1{,}21 \approx 5$. La population urbaine augmentera plus que la population générale.

Questions de cours

22 Cela s'appelle un tableau croisé d'effectifs.

23 Il permet de représenter le lien entre deux caractères d'une même série.

24 Il ne faut pas oublier : un titre général, une légende si plusieurs couleurs sont utilisées, des axes avec une graduation et un titre avec les unités.

Tableau croisé d'effectifs

25 **1.**

Nombre de personnes majeures / Nombre de véhicules	2	3	4	Total
0	1			1
1	2	3		5
2	2	2	1	5
3			1	1
Total	5	5	2	12

2. $\frac{5}{12}$

3. $\frac{1}{7}$, soit environ 14 %.

26 Jin : tofu, courgettes.
Roger : poulet, courgettes.
Paul : tofu, carottes.
Jane : poulet, carottes.
Alexandra : poulet, carottes.

27 **1.**

Budget / Magasin	$[0\,;30[$	$[30\,;\,65[$	$[65\,;95]$	Total
Bijoux	0	1	3	4
Chaussures	0	1	2	3
High-Tech	4	3	3	10
Jouets	2	1	4	7
Maison	0	2	0	2
Mode	0	1	0	1
Sports et loisirs	5	3	5	13
Total	11	12	17	40

2. $\frac{17}{40} \times 100 = 42{,}5\ \%$

3. $\frac{2}{11} \times 100 \approx 18{,}2\ \%$

28 **1.** Voir le fichier en téléchargement.
2. 17 ouvriers

3. $\frac{186}{500} \times 100 = 37{,}2\ \%$

4. $\frac{23}{59} \times 100 \approx 39\ \%$

29 Extraire les données utiles

Âge	Nombre d'accidents	Pourcentage de blessés hospitalisés
25-44 ans	1 302	25,9
45-64 ans	1 127	40,6
65 ans ou +	443	50,6

En effet, puisque la proportion de blessés hospitalisés parmi une tranche d'âge augmente avec l'âge, on peut dire que la gravité des accidents augmente avec l'âge.

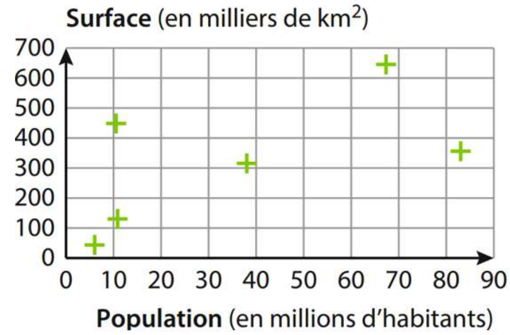
30 **1.** Voir le fichier en téléchargement.
2.

Sexe / Salaire en €	Femmes	Hommes	Total
[8 000 ; 18 500[	62	59	121
[18 500 ; 29 000[	61	81	142
[29 000 ; 39 500[	129	119	248
[39 500 ; 50 000]	55	51	106
Total	307	310	617

3. Il semble que la répartition des salaires entre les hommes et les femmes soit globalement équitable, excepté pour la tranche [18 500 ; 29 000[où les hommes sont plus nombreux.

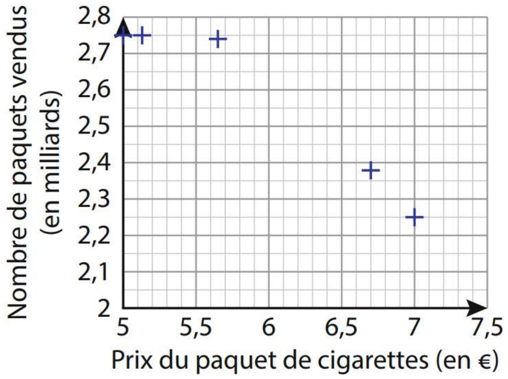
Nuage de points

31



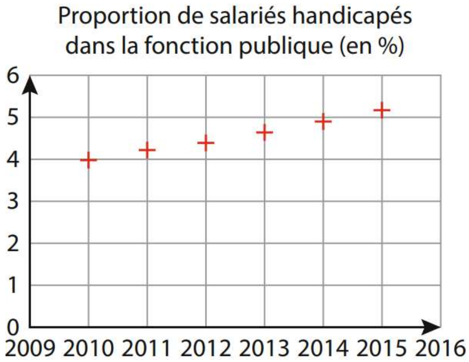
32 **a)** Les points du nuage sont alignés avec une pente négative.
b) Les points du nuage sont dispersés.
c) Les points du nuage sont alignés avec une pente positive.
d) Les points du nuage sont sur une courbe de type parabole.

33 **1.**



2. Le graphique montre que le nombre de paquets vendus a diminué avec l'augmentation du prix. Cependant, il n'indique pas si cela a motivé des fumeurs à arrêter de fumer.

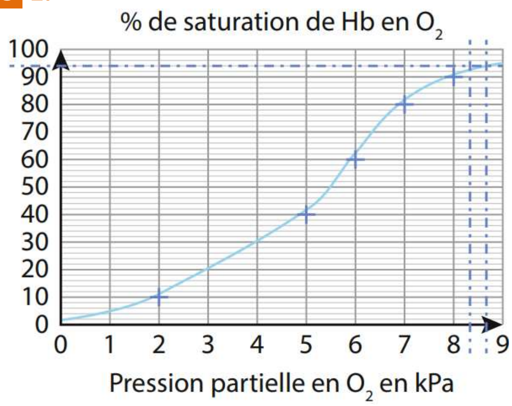
34 **1.**



2. Les points semblent alignées avec une pente positive.

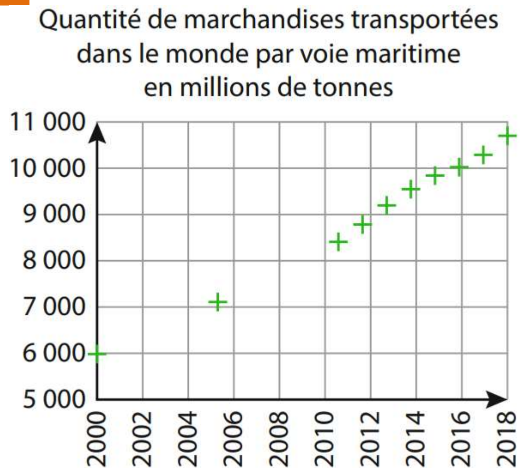
3. La proportion de salariés en situation de handicap dans la fonction publique croît à vitesse constante.

35 **1.**



2. En suivant les pointillés, la pression cherchée devrait se situer entre 8,4 et 8,7 kPa.

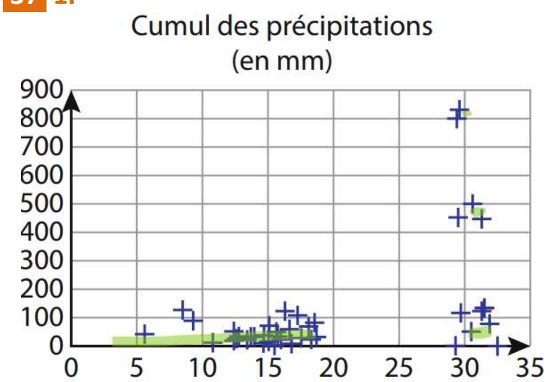
36 **1.**



2. Les points du nuage semblent alignés.

3. La quantité de marchandises transportées dans le monde par voie maritime semble croître à vitesse constante.

37 **1.**



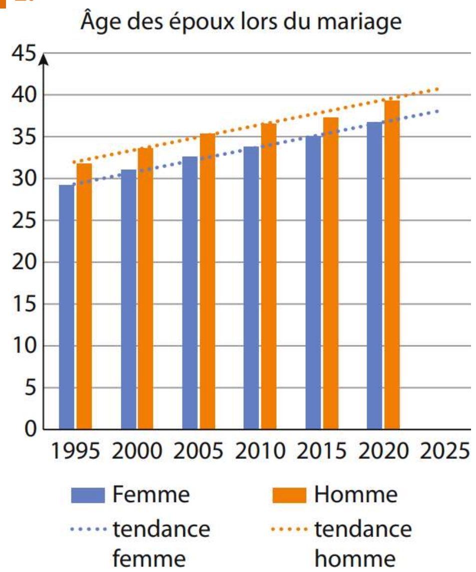
2. Le nuage présente un groupe de points qui semblent alignés et trois îlots de points distincts du nuage principal.

3. Les stations météo représentées par le nuage principal sont en métropole.

Le lien entre température et précipitations semble dépendre de la position sur le globe.

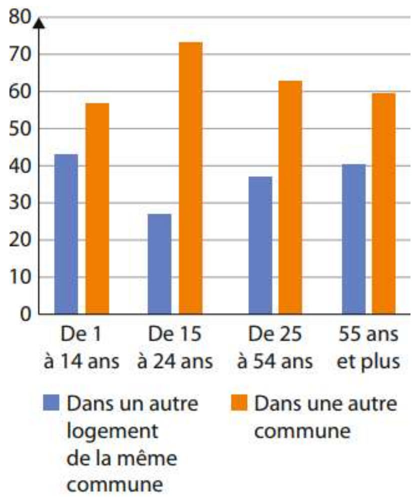
Diagramme en barres multiples

38 **1.**



2. Femmes : 37 ans ; hommes : 41 ans

39 **1.**



2. Les 15-24 ans vers une autre commune.

3. À cet âge, de nombreux jeunes quittent le domicile de leurs parents.

40 Extraire les données utiles

A1 :C7

41 Esprit critique

1. Les taxes sur l'énergie semblent avoir le plus augmentées.

2. Énergie : $\frac{46\,500 - 26\,000}{26\,000} \times 100 \approx 78{,}8\ \%$

Transport : $\frac{6\,000 - 3\,500}{3\,500} \times 100 \approx 71{,}4\ \%$

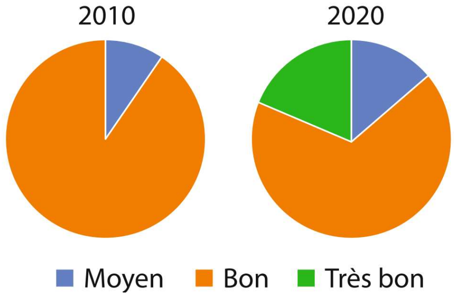
Pollution : $\frac{3\,000 - 2\,000}{2\,000} \times 100 = 50\ \%$

3. La première impression se confirme mais l'augmentation des taxes sur le transport est plus importante que l'estimation graphique.

Cet exercice met en évidence l'importance du choix de l'échelle. Les augmentations sont comparables pourtant, visuellement, l'écart semble très important.

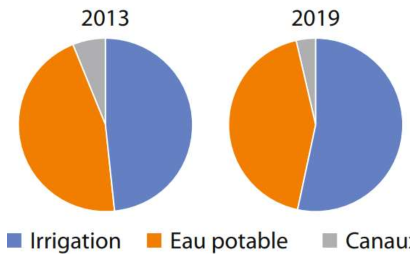
Diagrammes circulaires

42 **1.**



2. Entre 2010 et 2020, on constate l'apparition d'un secteur angulaire « Très bon ». L'état écologique des cours d'eau s'est amélioré.

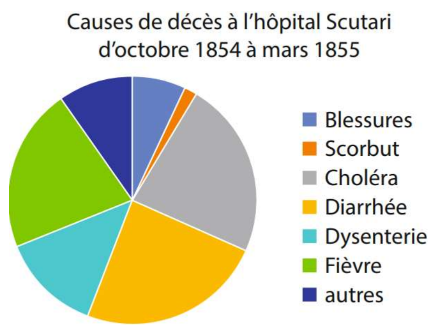
43



On constate une diminution de la consommation d'eau potable au profit de l'irrigation.

44 Histoire des sciences

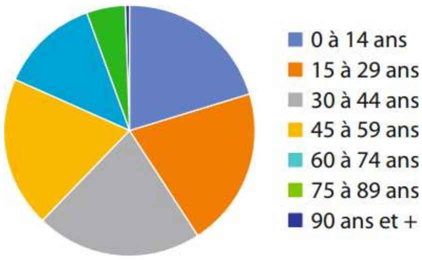
1.



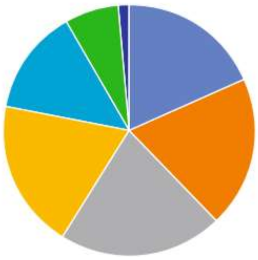
2. Le total des décès sur cette période est de 5 359. La catégorie « autres » représente donc 10 % des décès. Pour Florence Nightingale, toutes les autres causes, soit 90 % des décès, étaient évitables avec une meilleure hygiène et alimentation des soldats.

45 **1.**

Répartition des habitants d'Île-de-France (Hommes)



Répartition des habitants d'Île-de-France (Femmes)



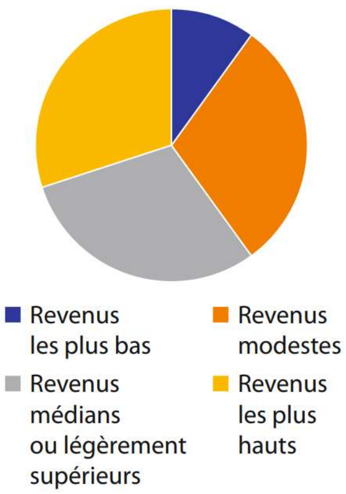
2. Le secteur angulaire correspondant aux personnes de plus de 60 ans est plus grand pour les femmes que pour les hommes, en particulier pour les secteurs correspondant aux tranches de plus de 70 ans.

46 **1.** A2:A5

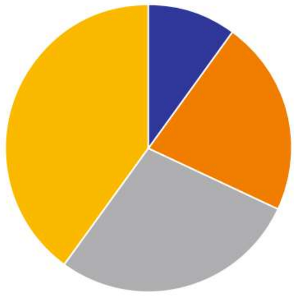
2. a) et **b)**

N°	Titre du diagramme	Plage de cellules
1	2004 – Nantes Métropole	B2:B5
2	2017 – Nantes Métropole	C2:C5
3	2004 – Reste de la Loire-Atlantique	D2:D5
4	2017 – Reste de la Loire-Atlantique	E2:E5

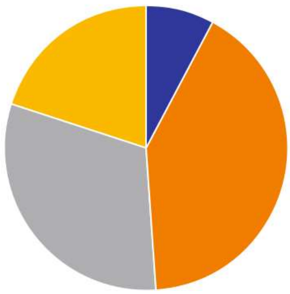
2004 – Nantes Métropole



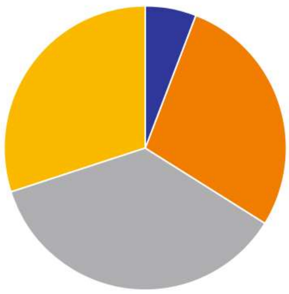
2017 – Nantes Métropole



2004 – Reste de la Loire-Atlantique



2017 – Reste de la Loire-Atlantique



3. La comparaison des graphiques 1 et 2 illustre une diminution de la part des revenus modestes au profit d'une augmentation des parts des deux catégories de revenus élevés.

4. Non, la comparaison des graphiques 2 et 3 montre aussi une diminution de la part des revenus modestes au profit d'une augmentation des parts des deux catégories de revenus élevés. Le phénomène est juste moins marqué.

Détermination d'un sous-ensemble

47 1. Dans la colonne E 2. Non
3. $E1= « Non » 4. A2:B48

48 1. A2:D184 2. =$C2<200
3. =NON($C2<200)
4. a) L'état du stock est dans la colonne C. Il manquera des produits en rayon s'il est inférieur à 7 fois la moyenne journalière inscrite dans la colonne D.
b) =$C2<7*$D2

49 1. A2:E1180
2. a) =$D2>400 b) =ET($D2>400;$E2>=4)
3. =NON(ET($D2>400;$E2>=4))

À chacun son rythme

Le but de cet exercice est de faire travailler les élèves sur le même fichier. Ce fichier comporte de nombreuses données réelles et permet une grande diversité d'exploitation. L'exercice a été pensé comme un entraînement à une activité de recherche, en particulier l'énoncé C où l'élève est en totale autonomie face à la question. On pourra faire remarquer aux élèves que, dans ce type de larges fichiers, le tableau croisé dynamique permet de faire des focus sur des informations et peut être une aide puissante à envisager avant la construction des graphiques plus visuels et permettant d'illustrer une thèse.

50 Énoncé A

1.

Type d'acc. / Catég. de véh.	Grave non mortel	Léger	Mortel	Total général
Cyclo	1 871	3 880	141	5 892
Moto	3 986	6 531	559	11 076
Poids lourds et véhicules utilitaires	2 061	5 174	552	7 787
Transports en commun	136	452	33	621
Véhicule de tourisme	12 968	32 245	2 306	47 519
Autres	596	1 043	130	1 769
Total général	21 618	49 325	3 721	74 664

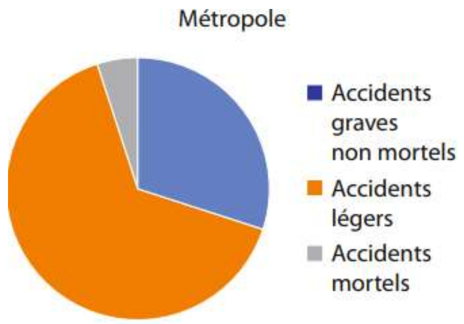
2.

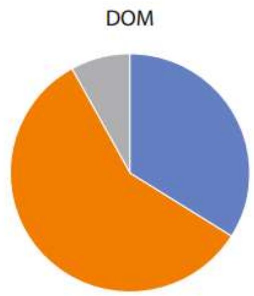
Type d'acc. / Catég. de véh.	Grave non mortel	Léger	Mortel
Deux-roues	27 %	21 %	19 %
Véhicule de tourisme	60 %	65 %	32 %

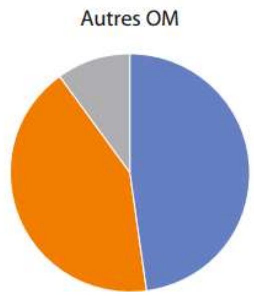
3. Ce tableau donne, parmi les accidents, la proportion de véhicules de tourisme et de deux-roues.
Pour comparer les risques d'avoir un accident avec un deux-roues ou avec un véhicule de tourisme, il faut comparer la proportion d'accidents parmi les véhicules de tourisme en circulation à la proportion d'accidents parmi les deux roues en circulation.

Énoncé B

1.





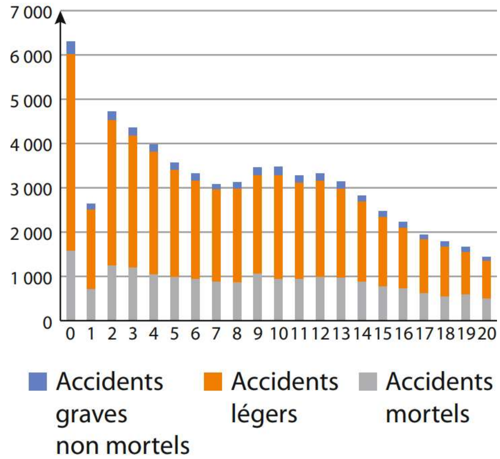


2. On peut constater la même répartition du type d'accidents en Métropole et dans les DOM. En revanche, dans les outremers, les accidents légers sont moins nombreux et, par conséquent, les accidents graves et mortels sont plus nombreux.

Énoncé C

Proposition de correction : le graphique permet de mettre en évidence un nombre relativement équivalent d'accidents graves non mortels ainsi que d'accidents mortels, quel que soit l'âge du véhicule. Concernant les accidents légers, le nombre d'accidents diminue avec l'âge du véhicule, qui sont moins nombreux en circulation. Cette étude permet de conjecturer que l'âge du véhicule n'est pas un critère aggravant du risque d'accident. Il faudrait d'autres angles d'études pour le confirmer.

Évolution du type d'accident
en fonction de l'âge du véhicule



Exercices de synthèse p. 28

51 Tableau croisé d'effectifs

1.

Choix 2 \ Choix 1	Arts plast.	HGGSP	Maths	Physique	Total
LLCER	1				1
NSI	1		2		3
Physique			4		4
SES		1	3		4
SVT				4	4
Total	2	1	9	4	16

2. $\dfrac{16-9}{16} = \dfrac{7}{16}$

3. 7 cases non vides, donc 7 parcours.

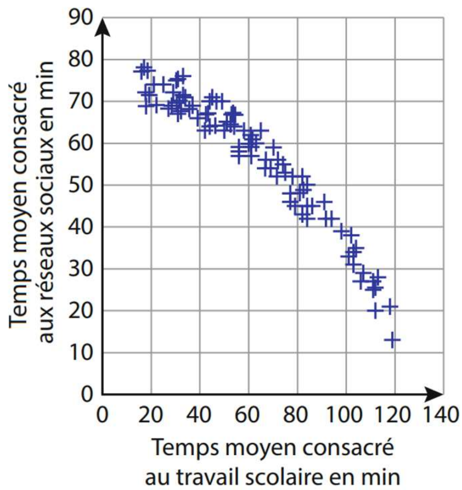
4. 3 parcours incluent la spécialité mathématiques.

5. Les parcours les plus choisis sont Mathématiques-Physique et Physique-SVT. Ils ont été choisis 4 fois.

52 Nuage de points

1.

Temps passé sur les réseaux sociaux



2. Les points du nuage sont regroupés globalement alignés sur une bande oblique descendante.

3. Le temps passé sur les réseaux sociaux est inversement proportionnel au temps passé à faire les devoirs. L'existence du lien est prouvée, mais pas l'hérédité de la dépendance et ses causes.

4. =ET($A1<30 ; $B1>60)

53 Diagramme en barres et diagramme circulaire

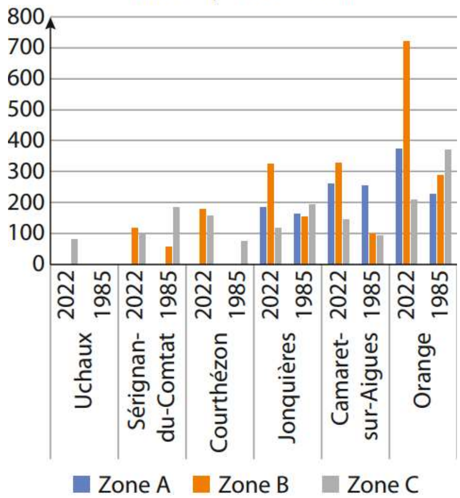
A ▶ 1. En 1985 : 2 149 ha ; en 2022 : 3 286 ha.

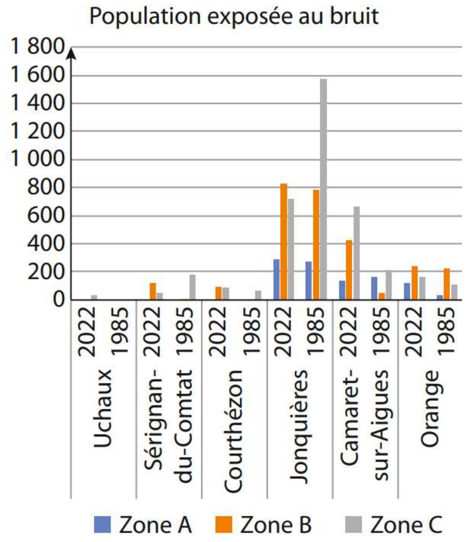
2. $\dfrac{3\,286 - 2\,149}{2\,149} \approx 0{,}53$. La surface exposée au bruit a augmenté de 53 %.

3. En 1985 : 3 644 habitants ; en 2022 : 3 941 habitants.

B ▶ 1.

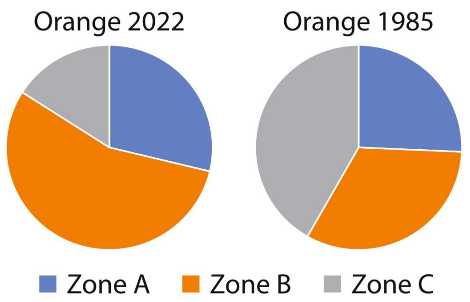
Surface exposée au bruit



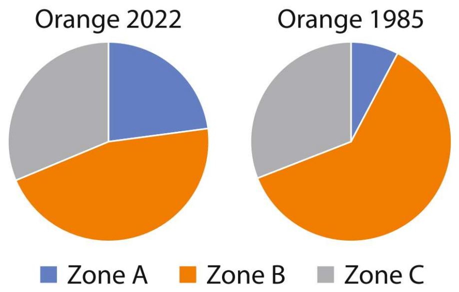


2. En termes de surface, Orange est la plus impactée, alors qu'en terme de population c'est la ville de Jonquières.

3. Surface exposée



4. Population exposée



5. En termes de surface, la zone A représente la même proportion ; en revanche, la zone C s'est étendue.

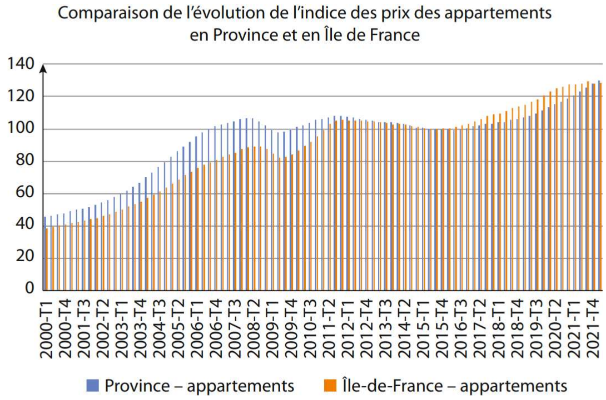
En termes de population, une plus grande proportion de la population habite en zone A, alors que la proportion de population habitant la zone C est stable.

Exercices d'approfondissement

p. 29-30

54 Évolution de l'indice des prix du logement en France

A ▶ 1.



2. On observe une croissance régulière des deux indices.

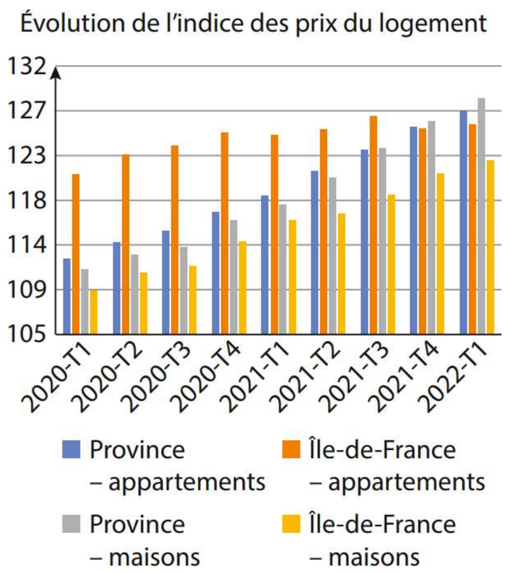
De 2000 à 2013, ainsi que sur les deux derniers trimestres du graphique, les indices correspondant aux logements en province sont supérieurs à ceux des logements en Île-de-France. On peut en conclure que les prix en province augmentent plus vite qu'en Île-de-France sur ces deux périodes.

3. La crise du Covid-19 et le confinement ont développé chez les Franciliens habitant en appartement une envie de changer de mode de vie et de déménager en province.

B ▶ 4. Axe horizontal : du 1er trimestre 2019 (premier confinement) à aujourd'hui.

Axe vertical : des indices 105 à 132.

5.



Globalement, la hauteur des barres augmente avec le temps. Toutefois, pour les appartements en Île-de-France, on constate un infléchissement et potentiellement un début de stagnation depuis le dernier trimestre 2021. En parallèle, on remarque qu'à partir du 3e trimestre 2021, la hauteur des barres correspondant aux maisons en province devient supérieure à celles de toutes les autres catégories.

6. *Proposition de correction*

Les prix des logements sont corrélés au rapport entre l'offre et la demande. Or, en sortie de confinement, l'appétence pour les maisons en province a augmenté alors que le nombre de biens mis en vente a diminué.

Toutefois, la crise du Covid-19 ne permet pas de tout expliquer. De nombreuses disparités régionales existent.

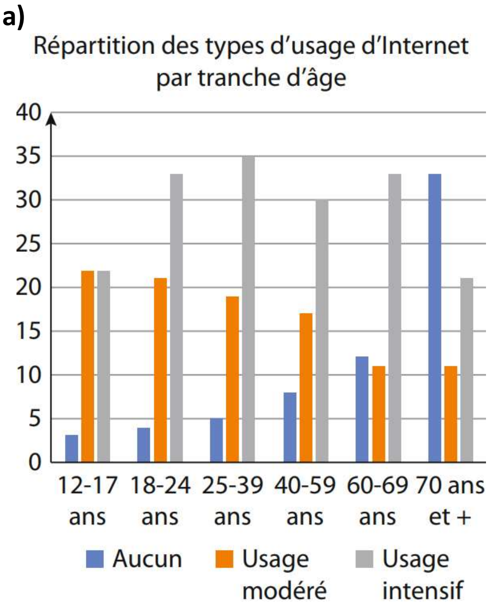
Dans les Hauts-de-France, le vieillissement de la population et l'augmentation du nombre de ménages ont une influence prépondérante sur les besoins en logement, alors qu'en Provence-Alpes-Côte-d'Azur, l'attrait touristique et la demande de résidences secondaires se surajoutent à la demande en résidences principales.

Insee, *Analyses Provence-Alpes-Côte d'Azur*, n° 99, décembre 2021.

Insee, *Analyses Hauts-de-France*, n° 104, novembre 2019.

55 Esprit critique

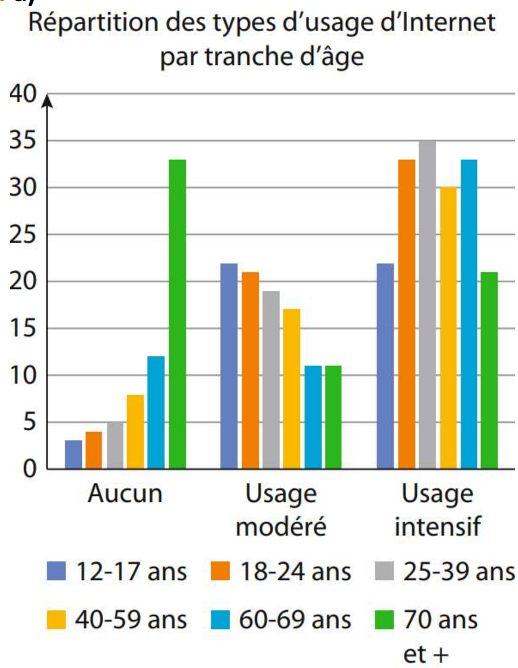
1. a)



b) L'utilisation intensive est prédominante dans toutes les tranches d'âge, sauf chez les 70 ans et plus.

L'utilisation modérée diminue avec l'âge, alors que la non utilisation augmente avec l'âge.

2. a)



b) On remarque toujours que l'utilisation modérée diminue avec l'âge alors que la non utilisation augmente.

En revanche, ce nouveau graphique met en valeur une sur représentativité des 70 ans et plus parmi les non utilisateurs d'Internet, alors que la prédominance de l'utilisation intensive dans toutes les tranches d'âge est moins visible.

L'objectif est d'amener l'élève à prendre conscience qu'une même série de données peut donner lieu à des graphiques visuellement très différents.

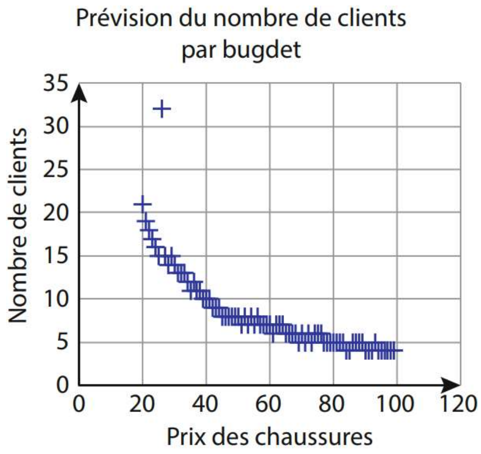
L'usage du tableur permet de passer de l'une à l'autre facilement en quelques clics.

Cette aisance technique permet d'expérimenter avant de faire un choix éclairé entre les différents visuels possibles.

56 Des nouvelles chaussures de sport

A ▶ 1. 8 clients ont un budget maximum de 50 €.

2.

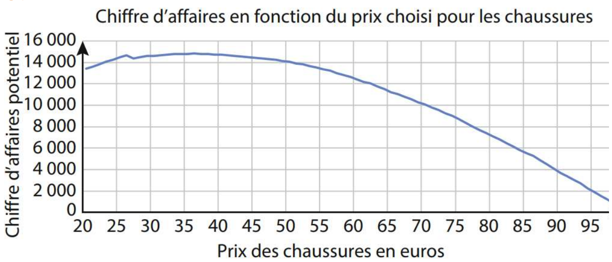


Les points du nuage sont groupés. Entre 20 € et 50 €, le nombre de clients intéressés décroît très rapidement quand le prix des chaussures augmente.

B ▶ 3. 42 clients.

4. $42 \times 90 = 13\,060$ €

6.

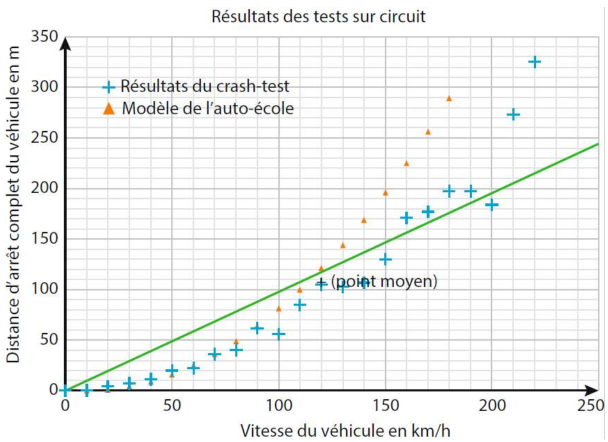


7. La courbe croît puis décroît. Elle présente donc un maximum, qui vaut environ 37 €.

Vers les Maths complémentaires

57 Contrôle de freins

1.



2. Plusieurs essais de droite laissent à chaque fois, au moins un tiers des points éloignés de la droite estimée, par exemple avec la droite passant par le point moyen et l'origine.

Moyenne des abscisses : 115.

Moyenne des ordonnées : ≈ 118.

Le modèle linéaire ne correspond pas à la modélisation de ce nuage.

3.

Vitesse (en km/h)	10	20	30	40	50	60
Distance (en m)	1	4	9	16	25	36
Vitesse (en km/h)	70	80	90	100	110	
Distance (en m)	49	64	81	100	121	

Vitesse (en km/h)	120	130	140	150	160	170
Distance (en m)	144	169	196	225	256	289
Vitesse (en km/h)	180	190	200	210	220	
Distance (en m)	324	361	400	441	484	

4. Les points du nuage obtenus avec les résultats des tests correspondent à ceux du nuage théorique uniquement pour les vitesses inférieures à 130 km/h.

Pour des vitesses supérieures, les points du nuage « contrôle de frein » sont très éloignés de ceux du nuage théorique.

Deux pistes pour conclure :

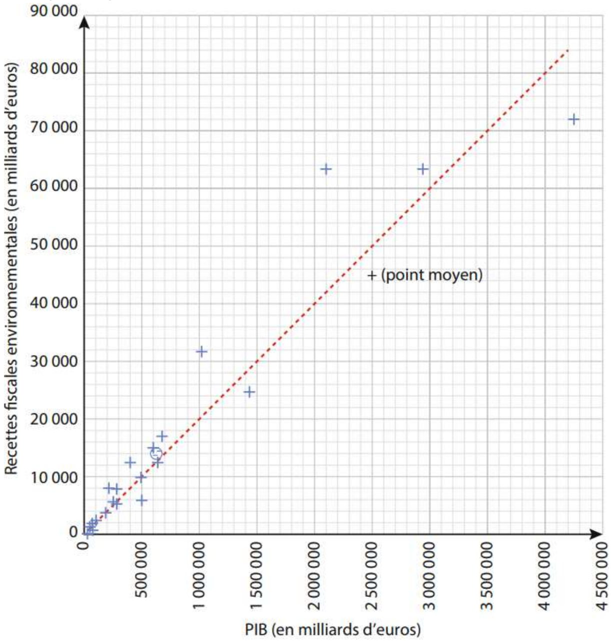
• le modèle de calcul proposé par les auto-écoles n'est pas valable pour les vitesses supérieures à 130 km/h puisqu'on n'est pas censés dépasser cette vitesse ;

• les freins du véhicule d'essai en piste ne se comportent pas encore comme ils le devraient.

Du travail en perspective pour le bureau d'études !

58 Recettes fiscales environnementales

1. **a)** et **c)**



b) Les points du nuage semblent alignés.

La proportion du PIB que représentent les recettes fiscales environnementales semble globalement uniforme dans les pays de l'Union européenne.

2. **a)** B29=moyenne(B2:B28) et C29=moyenne(C2:C28)

b) Voir graphique.

c) Le point moyen est légèrement en dessous de la courbe de tendance.

3. $\frac{14\,117}{630\,689} \times 100 \approx 2{,}24$

La proportion moyenne du PIB que représentent les recettes fiscales environnementales est de 2,24 %.

4. Italie : $\frac{63\,836}{2\,099\,880} \times 100 \approx 3{,}04$

Allemagne : $\frac{72\,215}{4\,223\,116} \times 100 \approx 1{,}71$

Ces deux pays n'ont pas choisi la même politique de financement de leurs programmes environnementaux.

Cela illustre que, bien qu'il y ait une politique commune aux pays de l'Union européenne, les adaptations locales existent.

Préparer le contrôle
Je me teste

p. 32

Objectif 1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

59 B

60 B et C

Objectif 2 Utiliser un nuage de points

61 C

62 A

Objectif 3 Utiliser un diagramme

63 D

64 C

Préparer le contrôle
Je m'entraîne

p. 33

Objectif 1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

65 **1.**

Mois	Garçons	Filles	Total
1	27 484	26 509	53 993
2	26 822	25 403	52 225
3	31 390	30 041	61 431
4	30 847	29 518	60 365
5	31 289	29 915	61 204
6	31 196	29 661	60 857
7	33 867	32 160	66 027
8	33 599	32 168	65 767
9	33 210	31 970	65 180
10	34 436	32 724	67 160
11	32 436	30 796	63 232
12	32 689	31 922	64 611
Total	379 265	362 787	742 052

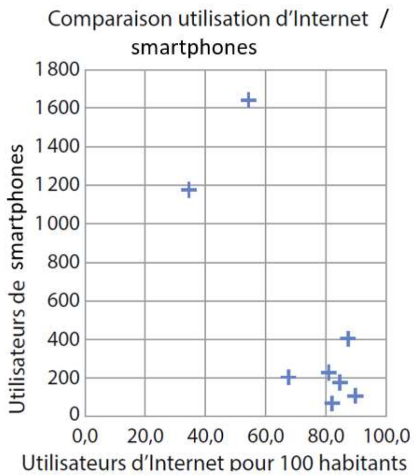
2. Garçons : octobre. Filles : octobre.

66 Formule utilisée :

`=OU($C2<18;$D2<18)`

Objectif 2 Utiliser un nuage de points

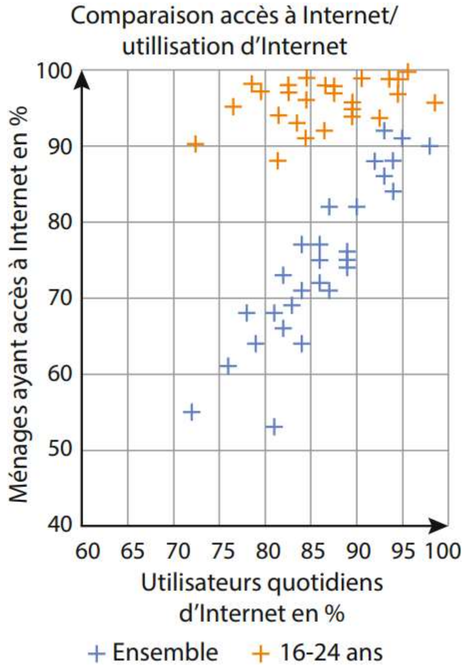
67 **1.**



2. Les points du nuage sont groupés sauf deux.

3. La Chine et l'Inde sont les deux pays éloignés du nuage.

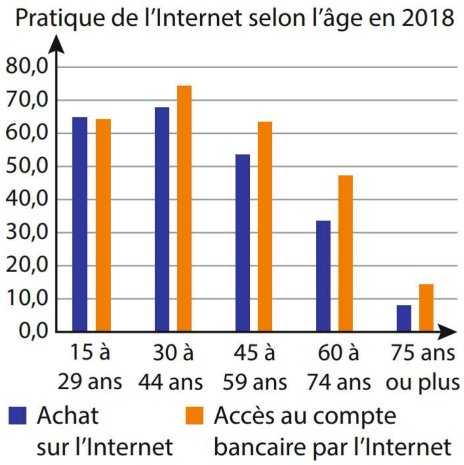
68 **1. a) et b)**



2. Le nuage bleu a la forme d'une droite oblique ascendante, alors que le nuage orange a la forme d'une droite horizontale située en haut du graphique. Aucun point n'est éloigné du nuage. Dans tous les pays, en population générale, le nombre d'utilisateurs quotidiens est plutôt proportionnel aux nombres de foyers ayant accès à Internet. En revanche, pour les 16-24 ans, l'utilisation quotidienne d'Internet est complétement généralisée peu importe le taux d'équipement de leur foyer.

Objectif 3 Utiliser un diagramme

69 **1.**

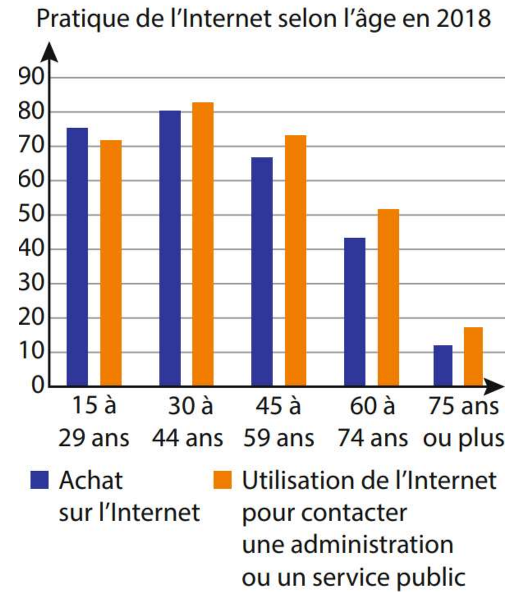


2. Dans la tranche 15-29 ans, les deux barres ont quasiment la même hauteur, contrairement aux autres tranches d'âge pour lesquelles la barre orange est plus haute.

La tranche 15-29 ans a une consommation d'Internet équivalente pour les achats et la consultation des comptes bancaires.

À partir de 30 ans, le pourcentage de la population qui utilise Internet pour accéder à ses comptes bancaires et faire des achats diminue. La connexion pour accéder à ses comptes bancaires est prépondérante.

70 **1.**

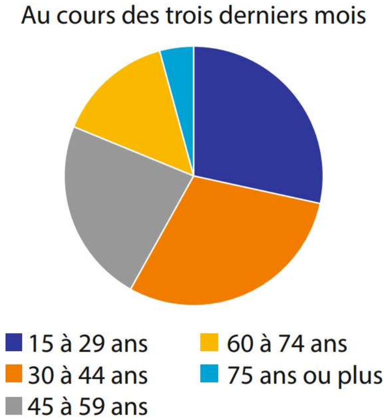


2. Dans la tranche 15-29 ans, la barre bleue est plus haute que la barre orange.

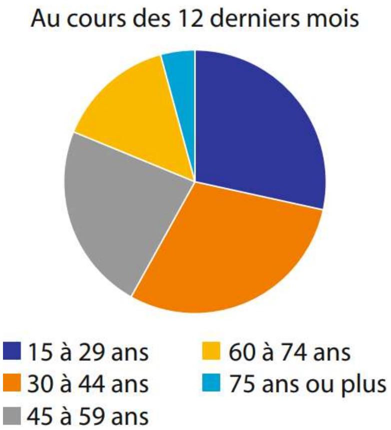
La tranche 15-29 ans utilise Internet plus souvent pour les achats que pour accéder à une administration ou un service public.

À partir de 30 ans, le pourcentage de la population qui utilise Internet pour accéder à une administration ou un service public et faire des achats diminue, la connexion pour accéder à une administration ou un service public est supérieure.

71 **1.**



2.



3. Alors que le tableau indique que, pour chaque tranche d'âge, la proportion de la population faisant des achats sur Internet a augmenté, la comparaison des deux graphiques montre que la répartition est la même. L'augmentation a donc été la même dans chaque tranche d'âge.

Chapitre 2 Phénomènes aléatoires

➥Manuel p. 34-55

Commentaires pédagogiques

L'objectif de ce chapitre est de reprendre les notions sur les probabilités vues en seconde et de mettre en place la notion de probabilité conditionnelle, ainsi que celle d'indépendance de deux événements. Dans un premier temps, nous utilisons le chapitre 1 pour introduire la notion de fréquence conditionnelle. Dans le cas d'un tirage aléatoire avec équiprobabilité dans une population finie, la fréquence peut être identifiée à une probabilité. On manipule alors le vocabulaire, les notations et on calcule des fréquences et des probabilités à partir de tableaux d'effectifs. Puis on découvre les arbres pondérés (en s'appuyant sur la notion d'arbre de dénombrement vue en seconde). Un vaste choix d'exercices permet de s'exercer, allant jusqu'à l'inversion du conditionnement. Enfin, on introduit la notion d'indépendance : deux événements A et B de probabilités non nulles sont dits indépendants si la probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à la probabilité de A. La découverte des successions d'épreuves indépendantes sera développée en maths complémentaire via la loi binomiale.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
- calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales à partir d'un tableau croisé d'effectifs.
- interpréter un tableau croisé en utilisant des fréquences conditionnelles.
- construire un tableau croisé d'effectifs ou un arbre de probabilité associé à un phénomène aléatoire.
- calculer des probabilités conditionnelles à l'aide d'un tableau croisé d'effectifs ou d'un arbre pondéré.
- étudier l'indépendance de deux événements.

Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 35

1 Calculer des effectifs et des fréquences

1. $0{,}2 \times 655 = 131$ billes plates

2. $\frac{248}{4} = 62$ billes tigres jaunes

3.

	Pépite	Plate	Tigre	Total
Jaune	151	10	62	223
Bleue	52	106	54	212
Rouge	73	15	132	220
Total	276	131	248	655

4. $\frac{220}{655} \approx 0{,}34$ **5.** $\frac{151}{655} \approx 23\ \%$

2 Intersection, union et événements contraires

1.

2. a) L'élève choisi étudie l'Espagnol et les Arts plastiques. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{E}) = \frac{2}{35}$.

b) L'élève choisi étudie l'Espagnol ou les Arts plastiques. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{E}) = \frac{22}{35}$.

c) L'élève choisi n'étudie pas les Arts plastiques. $p(\overline{\mathrm{A}}) = \frac{31}{35}$.

d) L'élève choisi étudie l'Espagnol mais pas les arts plastiques. $p(\mathrm{E} \cap \overline{\mathrm{A}}) = \frac{18}{35}$.

3 Lire un tableau croisé

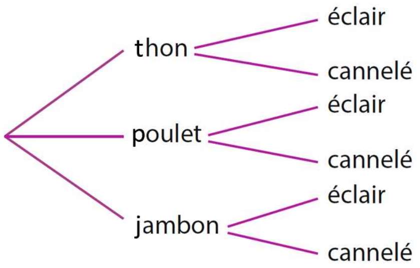
1. $p(\mathrm{H}) = \frac{229}{341}, p(\overline{\mathrm{H}}) = \frac{112}{341}$,

$p(\mathrm{C}) = \frac{240}{341}, p(\overline{\mathrm{C}}\,) = \frac{101}{341}$

2. L'adhérent choisi est un homme qui a pour spécialité la course : $p(\mathrm{H} \cap \mathrm{C}) = \frac{151}{341}$.
L'adhérent choisi est une femme ou un adhérent qui a pour spécialité le saut :
$p(\overline{\mathrm{H}} \cup \overline{\mathrm{C}}) = \frac{190}{341}$.

4 Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre de dénombrement

1.



2. Il y a 6 issues.

3. $\frac{1}{6}$

4. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Activités

p. 36-37

1 Fréquences d'utilisation du vélo en France

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif** : découvrir les fréquences conditionnelles en changeant de population de référence.

A ▶ Fréquence marginale

1. $\frac{117}{16\,623} \approx 1\ \%$ 2. $\frac{6\,096}{16\,623} \approx 37\ \%$

3. $\frac{788}{16\,623}$ est la fréquence d'utilisateurs de vélos qui ont moins de 25 ans et qui l'utilisent de façon hebdomadaire.

B ▶ Fréquence conditionnelle

1. $\frac{927}{2\,720}$

2. a) $\frac{500}{6\,847}$ b) $\frac{72}{1\,330}$

c) $\frac{1\,432}{4\,389}$ est la fréquence d'utilisateurs âgés de 50 à 74 ans parmi les utilisateurs mensuels.

2 Découvrir les probabilités conditionnelles

- **Durée estimée :** 10 min
- **Objectif :** découvrir la notion de probabilité conditionnelle ainsi que la formule permettant de les calculer.

1. a) $\frac{4\,389}{16\,623} \approx 0{,}26$

b) $p(\mathrm{J}) = \frac{1\,330}{16\,623} \approx 0{,}08$

$p(\mathrm{C}) = \frac{6\,096}{16\,623} \approx 0{,}37$

$p(\mathrm{J} \cap \mathrm{S}) = \frac{72}{16\,623} \approx 0{,}004$

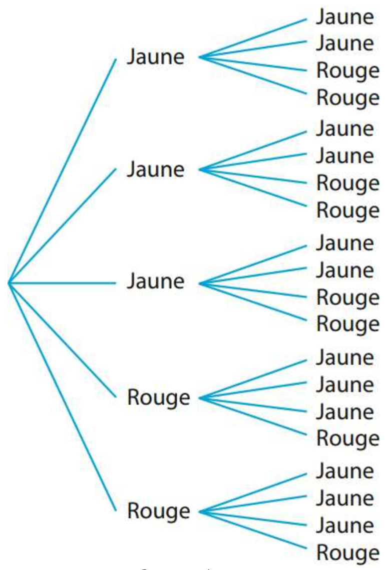
2. a) $\frac{237}{960} \approx 0{,}25$ b) $\frac{\frac{237}{16\,623}}{\frac{960}{16\,623}} = \frac{237}{960}$

Cela correspond à la probabilité conditionnelle de la question précédente $p_{\mathrm{S}}(\mathrm{M})$.

3 Construction et utilisation d'un arbre de probabilités

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectifs :** passer des arbres de dénombrement aux arbres de probabilités, puis découvrir les méthodes de calculs utilisant les arbres de probabilités.

1. a)

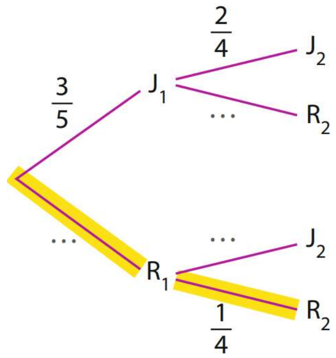


b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

2. a) $p_{\mathrm{R}_1}(\mathrm{R}_2)$ est la probabilité que la deuxième vignette pêchée soit rouge sachant que la première est rouge.

b) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, cela correspond à la probabilité que les deux vignettes pêchées soient rouges.

c) $p(\mathrm{R}_1 \cap \mathrm{R}_2) = p_{\mathrm{R}_1}(\mathrm{R}_2) \times p(\mathrm{R}_1)$



d) Pour déterminer la probabilité associée à un chemin, on **multiplie entre elles** les probabilités associées aux branches du chemin.

3. $p(J_1 \cap J_2) = p_J(J_2) \times p(J_1)$

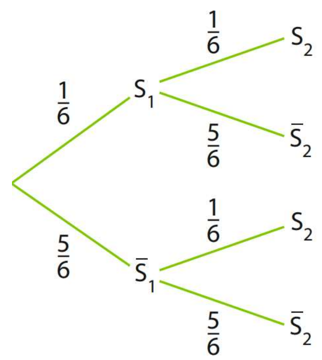
$p(J_1 \cap J_2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

4 Découvrir la notion d'indépendance

- **Durée estimée :** 10 min
- **Objectif :** introduire la notion d'indépendance de deux événements.

1. Selon l'intuition de l'élève.

2. a)



b) $p(S_2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) $p(S_2) = p_{S_1}(S_2)$

3. $p(S_1 \cap S_2) = p(S_1) \times p_{S_1}(S_2)$
$= p(S_1) \times p(S_2)$

Exercices résolus

À vous de jouer

p. 39-41

1 **1.** $\frac{750}{976} \approx 0,77 = 77\ \%$

2. Parmi les 10 à 14 ans : $\frac{134}{588} \approx 0,23 = 23\ \%$.

Parmi les 15 à 19 ans : $\frac{92}{388} \approx 0,24 = 24\ \%$.

2 **1.** $\frac{50}{110} \approx 0,45$ **2.** $\frac{19}{110} \approx 0,17$

3 **1.** $\frac{226}{976} \approx 0,23$ **2.** $\frac{92}{226} \approx 0,41$

4 **1.** $\frac{9}{110} \approx 0,08$ **2.** $\frac{11}{32} = 0,343\ 75$

5 **1.** $p(G) = 0,63$, $p_G(H) = 0,52$
et $p_G(\overline{H}) = 0,48$.

2. $p(G \cap H) = 0,63 \times 0,52 = 0,327\ 6$
$p(\overline{G} \cap H) = 0,37 \times 0,3 = 0,111$

3. $p(H) = 0,4386$

6 **a)** $p(D) = \frac{2}{3}$ et $p_D(E) = \frac{1}{4}$.

b) $p(D \cap \overline{E}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

et $p(\overline{D} \cap \overline{E}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

c) $p(\overline{E}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{15} = \frac{17}{30}$

7 $p(\overline{D}) = \frac{181}{500} = 0362$

et $p_{\overline{F}}(\overline{D}) = \frac{102}{244} = \frac{51}{122} \approx 0,418$.

On a $p_{\overline{F}}(\overline{D}) \neq p(\overline{D})$ donc $\overline{D}$ et $\overline{F}$ ne sont pas indépendants : cela signifie que le fait de savoir si la personne est un homme ou non a de l'influence sur la probabilité qu'elle ne soit pas allée chez le dentiste.

8 D'après l'exercice **5**, $p_G(H) = 0,52$ tandis que $p(G) = 0,63$, donc G et H ne sont pas indépendants.

Exercices résolution de problèmes

p. 42

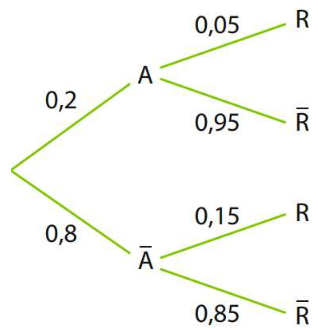
Il s'agit ici de choisir le schéma (tableau ou arbre dans ce chapitre) qui permet de visualiser et résoudre le problème.

9 On s'intéresse à des skippers en solo/en équipe, sur multicoques/monocoques. On connaît des effectifs, donc on choisit de représenter la situation par un tableau.

	Solo	Équipe	Total
Multicoques	5	83	88
Monocoque	28	16	44
Total	33	99	132

10 On s'intéresse à des cartes d'attaque/de défense qui sont rares/ne sont pas rares.

On ne connaît pas les effectifs, donc on choisit de représenter la situation par un arbre en faisant attention à l'ordre des événements. (Parmi les cartes d'attaque, seulement 5 % sont rares.)



Exercices automatismes p. 43

Rituel 1

11 **a)** 0,45 **b)** 120 **c)** 0,38

12 **a)** 0,33 **b)** 0,62

13 **a)** 0,4 **b)** 800 **c)** 0,48

14 **a)** 0,3 **b)** 0,3

Rituel 2

15 **a)** $\frac{2}{3}$ **b)** 440

16 **a)** $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{5}{8}$

17 $\frac{5}{12}$

18 **a)** –20 et 20 **b)** impossible
c) –50 et 50 **d)** –60 et 60

19 **a)** 0,4 **b)** 0,7
c) impossible **d)** 0,08

Rituel 3

20 **a)** 200 **b)** 24 %

21 **a)** 72 **b)** 108
c) 180

22 **a)** 0,8 **b)** 0,25

Rituel 4

23 C'est possible pour Adlan et impossible pour Awa car une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.

24 100

25 **a)** 0,75 **b)** 1,2 **c)** 4,5 **d)** 0,08

26 **a)** 0,72 **b)** 0,09 **c)** 2,5 **d)** 0,007

27 **a)** $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{8}{100}$ **d)** $\frac{1}{2}$

Exercices d'entraînement p. 44-49

Je consolide mes acquis

28 **Effectifs et proportions**

1. 729 **2.** 25 %

29 **Intersection, union et événements contraires**

a) $\overline{\mathrm{T}}$: ne pas louer de trottinette.
b) $\mathrm{T} \cap \mathrm{E}$: louer une trottinette électrique.
c) $\overline{\mathrm{T}} \cup \mathrm{E}$: louer un moyen de locomotion électrique ou autre chose qu'une trottinette.
d) $\overline{\mathrm{T} \cup \mathrm{E}}$: ne louer ni une trottinette, ni un moyen de locomotion électrique.

30 **Lire un tableau croisé**

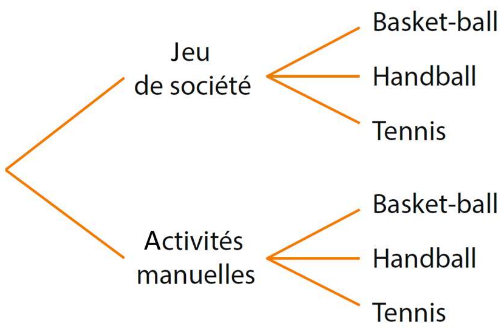
1. a) $\frac{212}{500} = 0{,}424$ **b)** $\frac{153}{500} = 0{,}306$

c) $\frac{233}{500} = 0{,}466$ **d)** $\frac{386}{500} = 0{,}772$

2. $\frac{55}{288} \approx 0{,}19$

31 **Arbre de dénombrement**

1.



2. Il y a 6 issues. **3.** $\frac{1}{6}$.

Questions de cours

32 **1.** Pour la fréquence marginale on considère la population totale, alors que pour la fréquence conditionnelle on ne considère que la sous population correspondante.
2. Une fréquence peut s'écrire sous forme fractionnaire, décimale ou d'un pourcentage.

33 **a)** $p_{\mathrm{D}}(\mathrm{E}) = \frac{p(\mathrm{D} \cap \mathrm{E})}{p(\mathrm{D})}$
b) $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{D}) = \frac{p(\mathrm{E} \cap \mathrm{D})}{p(\mathrm{E})}$

34 $p(\mathrm{G}) = p_{\mathrm{H}}(\mathrm{G})$
$p(\mathrm{H}) = p_{\mathrm{G}}(\mathrm{H})$
$p(\mathrm{G} \cap \mathrm{H}) = p(\mathrm{G}) \times p(\mathrm{H})$

Fréquences conditionnelles et fréquences marginales

35 1. $\frac{32}{134} \approx 0{,}24 = 24\ \%$

2. $\frac{3}{69} \approx 0{,}04 = 4\ \%$

3. $\frac{29}{34} \approx 0{,}85 = 85\ \%$

36 1. $\frac{37}{201} \approx 18{,}4\ \%$ 2. $\frac{65}{154} \approx 42{,}2\ \%$

3. $\frac{10}{99} \approx 10{,}1\ \%$

37 1.

	Sushi	Maki	Total
Sauce salée	21	169	190
Sauce sucrée	120	113	233
Total	141	282	423

2. a) $\frac{233}{423} \approx 0{,}55$ b) $\frac{402}{423} \approx 0{,}95$

c) $\frac{169}{282} \approx 0{,}60$

38 1.

	Golden	Gala	Granny Smith	Autres	Total
Bio	1,5	1,2	0,830 4	1,992 6	5,523
Non bio	7,93	6,467	3,146 6	17,933 4	35,477
Total	9,43	7,667	3,977	19,926	41

2. $\frac{5{,}523}{41} \approx 13{,}4\ \%$

39 1. Il y a 33 000 chefs d'entreprises dont 10 890 femmes.

2. Il y a 99 000 salariés dont 55 440 femmes.

3. 0,5025

40 1. a) 87 % b) 19 %

2. a) 252 personnes interrogées ont entre 18 et 34 ans et 272 personnes interrogées ont plus de 65 ans.

b)

	de 18 à 34 ans	de 35 à 64 ans	65 ans et plus	Total
Oui	219	390	160	769
Non	33	92	112	237
Total	252	482	272	1 006

3. a) $\frac{769}{1\,006} \approx 76{,}44\ \%$ b) $\frac{112}{237} \approx 47{,}26\ \%$

Calculer des probabilités conditionnelles

41 $\frac{0{,}2}{0{,}45} \approx 0{,}44$

42 $0{,}2 \times 0{,}45 = 0{,}09$

43 $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ La probabilité qu'il faille le réparer est de 0,5.

44 1. $\frac{102}{244} \approx 0{,}42$ 2. $\frac{32}{244} \approx 0{,}13$

3. $\frac{54}{113} \approx 0{,}48$

45 1. $p(\mathrm{J}) = \frac{229}{341} \approx 0{,}67$; $p(\overline{\mathrm{S}}) = \frac{240}{341} \approx 0{,}70$

et $p(\mathrm{J} \cup \mathrm{S}) = \frac{23 + 78 + 151}{341} \approx 0{,}74$

2. $p_{\overline{\mathrm{S}}}(\mathrm{J}) = \frac{151}{240} \approx 0{,}63$

3. $p_{\overline{\mathrm{J}}}(\overline{\mathrm{S}}) = \frac{89}{112} \approx 0{,}79$ est la probabilité que l'adhérent ait pour spécialité la course sachant que c'est un cadet.

46 1. a) $\overline{\mathrm{E}}$: Le nageur est un adulte.

$\overline{\mathrm{H}}$: Le nageur n'habite pas la commune.

$\mathrm{E} \cap \mathrm{H}$: Le nageur est un enfant et habite la commune.

$\mathrm{E} \cup \mathrm{H}$: Le nageur est un enfant ou habite la commune.

$\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{H}$: Le nageur est un adulte et habite la commune.

b) $p(\overline{\mathrm{E}}) = \frac{275}{500} = \frac{11}{20}$, $\mathrm{p}(\overline{\mathrm{H}}) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$,

$\mathrm{p}(\mathrm{E} \cap \mathrm{H}) = \frac{125}{500} = \frac{1}{4}$, $\mathrm{p}(\mathrm{E} \cup \mathrm{H}) = \frac{450}{500} = \frac{9}{10}$

et $p(\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{H}) = \frac{225}{500} = \frac{9}{20}$

2. $p_{\overline{\mathrm{H}}}(\mathrm{E}) = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}$

3. $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{H}) = \frac{125}{225} = \frac{5}{9}$ est la probabilité que le nageur habite la commune sachant que c'est un enfant.

Probabilité et arbre

47 1. $p(\mathrm{C}) = 0{,}25$; $p_{\overline{\mathrm{C}}}(\mathrm{D}) = 0{,}12$ et $p_{\mathrm{C}}(\overline{\mathrm{D}}) = 0{,}6$.

2. $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{D}) = 0{,}1$ et $p(\overline{\mathrm{C}} \cap \mathrm{D}) = 0{,}09$

3. $p(\mathrm{D}) = 0{,}19$

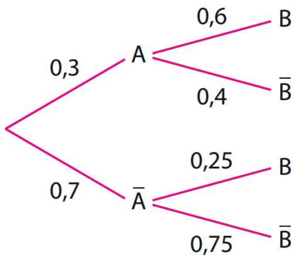
48 1. 0,2 2. 0,75

3. $p(\mathrm{B} \cap \overline{\mathrm{M}}) = 0{,}8 \times 0{,}75 = 0{,}6$ est la probabilité que la confiserie soit un bonbon la fraise.

4. $p(\overline{\mathrm{M}}) = 0{,}8 \times 0{,}75 + 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}66$

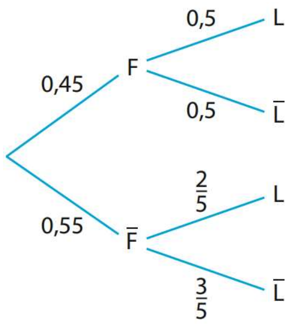
49 À vos élèves d'être inventifs !

50 **1.**



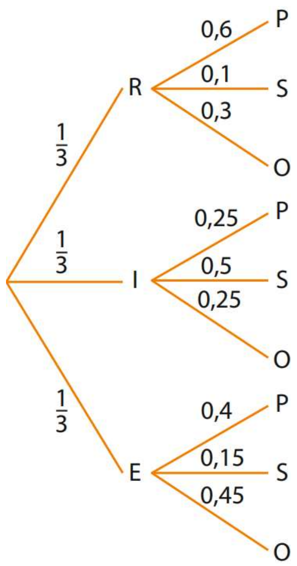
2. $p(\overline{B}) = 0{,}3 \times 0{,}4 + 0{,}7 \times 0{,}75 = 0{,}645$

51 **1.**



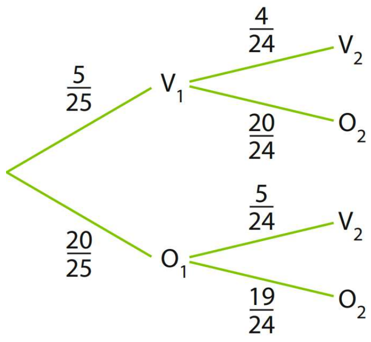
2. $0{,}45 \times 0{,}5 + 0{,}55 \times \frac{2}{5} = 0{,}445$

52 **1.**



2. a) $p_R(O) = 0{,}3, p(R \cap O) = 0{,}1$
et $p(O) = \frac{1}{3} \times 0{,}3 + \frac{1}{3} \times 0{,}25 + \frac{1}{3} \times 0{,}45 = \frac{1}{3}$.
b) Sachant que l'œuvre choisie fait partie du romantisme, la probabilité que ce soit un objet décoratif est de 0,3.
La probabilité que l'œuvre choisie soit un objet décoratif du romantisme est de 0,1.
La probabilité que l'œuvre choisie soit un objet décoratif est de $\frac{1}{3}$.
3. $p_E(S) = 0{,}15$.

53 **1.**

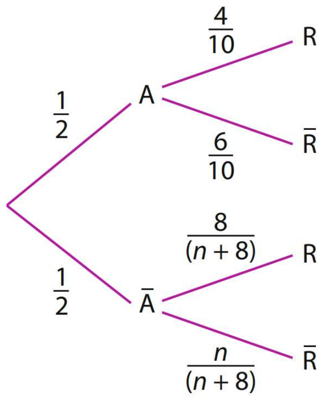


2. $p(V_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} = \frac{1}{30}$

3. $p(V_2) = \frac{1}{30} + \frac{20}{25} \times \frac{5}{24} = \frac{1}{5}$

54 **Vérifier un résultat**

1.



2. $p(R) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{8}{n+8} = 0{,}2 + \frac{4}{n+8}$
3. $n \geq 32$

Inverser le conditionnement

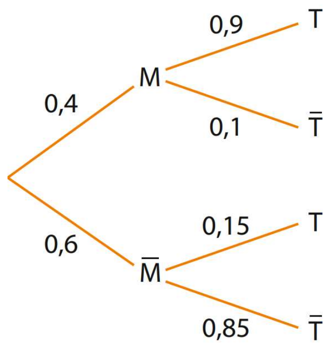
55 **1.** $p(F) = 0{,}6$ et $p_F(S) = 0{,}2$
2. $p(F \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}12$
et $p(S) = 0{,}12 + 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}4$
3. $p_S(F) = \frac{0{,}12}{0{,}4} = 0{,}3$

56 **1.** $p_A(B)$
2. a) $p(A \cap B)$ et $p(B)$
b) $p(A \cap B) = 0{,}16 \times 0{,}22 = 0{,}035\,2$
et $p(B) = 0{,}0352 + 0{,}84 \times 0{,}37 = 0{,}346$
donc $p_B(A) = \frac{0{,}035\,2}{0{,}346} \approx 0{,}10$

57 **1.** $p(A) = 0{,}58$ et $p_A(S) = 0{,}17$
2. a) $p(A \cap S) = 0{,}098\,6$
b) $p(S) = 0{,}401$
3. $p_S(B) = \frac{0{,}42 \times 0{,}72}{0{,}401} \approx 0{,}75$

58 **1.** $p(\mathrm{M}) = 0{,}4$; $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{T}) = 0{,}9$
et $p_{\overline{\mathrm{M}}}(\overline{\mathrm{T}}) = 0{,}85$

2.

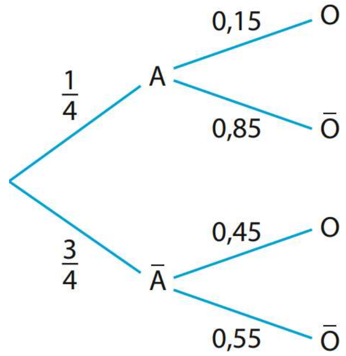


3. $p(\mathrm{M} \cap \mathrm{T}) = 0{,}4 \times 0{,}9 = 0{,}36$
et $p(\mathrm{T}) = 0{,}36 + 0{,}6 \times 0{,}15 = 0{,}45$
La probabilité que le chat soit malade et porteur de la maladie est de 0,36.
La probabilité que le test soit positif est de 0,45.

4. $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{M}) = \frac{0{,}36}{0{,}45} = 0{,}8$

Réaliser un schéma adapté

59 **1.**



2. a) $p(\mathrm{A}) = \frac{1}{4}$, $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{O}) = 0{,}15$
et $p_{\overline{\mathrm{A}}}(\mathrm{O}) = 0{,}45$

b) $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{O}) = \frac{1}{4} \times 0{,}15 = 0{,}037\,5$
et $p(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{O}) = \frac{3}{4} \times 0{,}45 = 0{,}337\,5$

c) $p(\mathrm{O}) = 0{,}0375 + 0{,}3375 = 0{,}375$
La probabilité que le client ait pris l'option « Assistance 0 km » est de 0,375.

60 **Choisir le bon schéma**

1.

	Paire	Impaire	Total
Bleue	12	15	27
Jaune	12	10	22
Total	24	25	49

2. a) $\frac{22}{49}$ **b)** $\frac{15}{49}$ **c)** $\frac{12}{22} = \frac{6}{11}$

Étudier l'indépendance de deux événements

61 **a)** Faux **b)** Faux
c) Vrai **d)** Vrai

62 Non car $p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B}) \neq p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

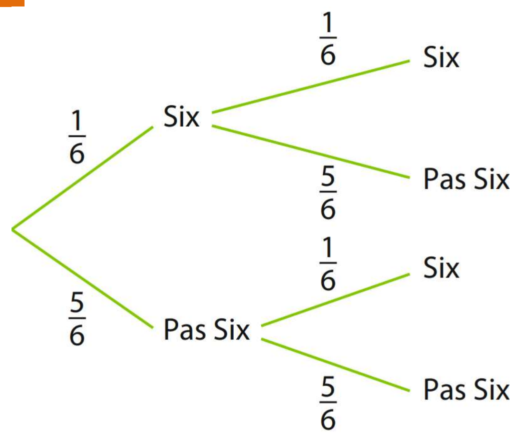
63 **a)** $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F}) = 0{,}48$
b) $p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F}) = 0{,}12$
c) $p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E}) = 0{,}25$

64 Avec $p(\mathrm{G}) = 0{,}7$
et $p(\mathrm{G} \cap \mathrm{H}) = 0{,}42$
on trouve $p(\mathrm{H}) = \frac{0{,}42}{0{,}7} = 0{,}6$.

65 M et C ne sont pas indépendants car
$p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C}) = 0{,}79$
et $p(C) = 0{,}64 \times 0{,}79 + 0{,}36 \times 0{,}21$
$= 0{,}581\,2$.

Succession d'épreuves indépendantes

66 **1.**

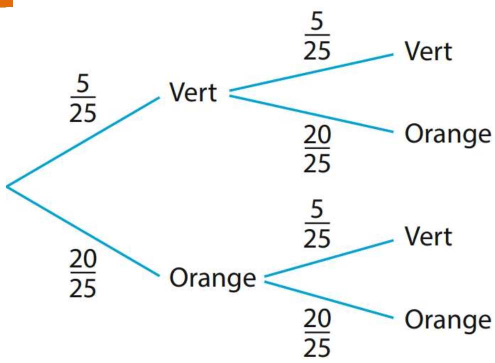


2. $p(\mathrm{D}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

67 **1.** Les événements semblent indépendants car les sous-arbres sont identiques.
$p(\mathrm{C}_2) = p(\mathrm{C}_1 \cap \mathrm{C}_2) + p(\overline{\mathrm{C}_1} \cap \mathrm{C}_2)$
$= 0{,}63 \times 0{,}42 + 0{,}37 \times 0{,}42$
$= 0{,}42 = p_{\mathrm{C}_1}(\mathrm{C}_2)$
Donc les événements C_1 et C_2 sont bien indépendants.

2. $p(\mathrm{C}_1 \cap \mathrm{C}_2) = p(\mathrm{C}_1) \times p(\mathrm{C}_2)$
$= 0{,}63 \times 0{,}42 = 0{,}264\,6$

68 **1.**



2. $p = p$(avoir 2 boules vertes) + p(avoir 2 boules orange)

$$p = \frac{5}{25} \times \frac{5}{25} + \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{17}{25}$$

3. p(avoir au moins 1 boule verte)

$= 1 - p(\text{n'avoir aucune boule verte})$

$$= 1 - \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{9}{25}$$

À chacun son rythme

L'énoncé A consiste à appliquer les formules du cours à partir d'un arbre de probabilité déjà rempli.
Dans l'énoncé B, il faut réaliser l'arbre à partir des informations de l'énoncé. Il y a également une inversion du conditionnement à la question 3.
Pour l'énoncé C, il s'agit d'un problème avec prise d'initiative, il est conseillé de réaliser un arbre de probabilité même si celui-ci n'est pas demandé. Il faut nommer l'inconnue puis trouver l'équation à résoudre.

69 **Énoncé A**

1. $p(\mathrm{A}) = \frac{1}{3}$; $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{S}) = \frac{4}{5}$; $p_{\overline{\mathrm{A}}}(\overline{\mathrm{S}}) = \frac{1}{2}$.

2. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{S}) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

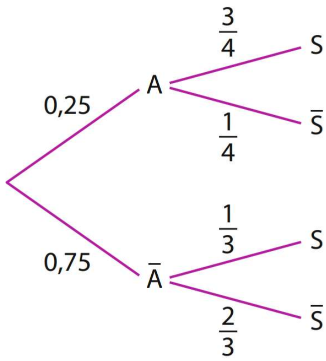
et $p(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{S}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

3. $p(\mathrm{S}) = \frac{4}{15} + \frac{1}{3} = \frac{3}{5}$

La probabilité que le client soit satisfait est de $\frac{3}{5}$.

Énoncé B

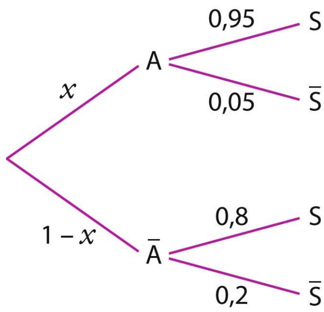
1.



2. $p(\mathrm{S}) = 0{,}25 \times \frac{3}{4} + 0{,}75 \times \frac{1}{3} = 0{,}437\,5$

3. $p_{\mathrm{S}}(\overline{\mathrm{A}}) = \dfrac{\left(0{,}75 \times \frac{1}{3}\right)}{0{,}437\,5} = \frac{4}{7} \approx 0{,}57$

Énoncé C



Soit x la proportion de prestations fournies par l'entreprise A. On sait que $p(\mathrm{S}) = 0{,}9$.
On obtient l'équation :
$0{,}95x + 0{,}8(1 - x) = 0{,}9$.
On obtient $x = \frac{2}{3} \approx 0{,}67$.

Exercices de synthèse

p. 50

70 **Groupe sanguin et rhésus**

1.

	A	O	AB	B	Total
Rh+	25,628	24,408	2,034	5,56	57,63
Rh–	4,882	4,068	0,678	0,542	10,17
Total	30,51	28,476	2,712	6,102	67,8

2. a) $\frac{5{,}56}{67{,}8} \approx 0{,}08$ **b)** $\frac{4{,}882}{30{,}51} \approx 0{,}16$

c) $\frac{24{,}408}{57{,}63} \approx 0{,}42$

71 **Fiabilité d'un test médical**

1. a) $\frac{536}{9\,400} \approx 0{,}057$ **b)** $\frac{493}{9\,400} \approx 0{,}052$

2. $p_{\mathrm{G}}(\overline{\mathrm{T}}) = \frac{202}{536} \approx 0{,}38$

3. $p_{\overline{\mathrm{G}}}(\mathrm{T}) = \frac{159}{8\,864} \approx 0{,}02$

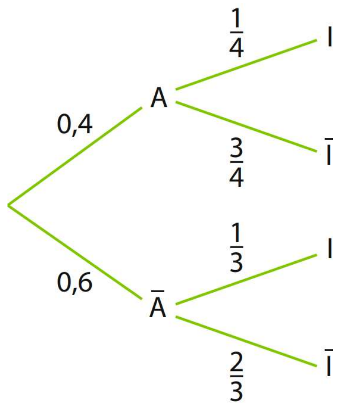
4. $p_T(G) = \frac{334}{493} \approx 0{,}68$

La probabilité qu'un patient ayant un test positif soit effectivement atteint par la grippe est de 0,68.

72 Guirlandes de Noël

1. $p(A) = 0{,}4\ ;\ p_A(I) = \frac{1}{4}$ et $p_{\bar{A}}(I) = \frac{1}{3}$.

2.



3. $p(I) = 0{,}4 \times \frac{1}{4} + 0{,}6 \times \frac{1}{3} = 0{,}3$

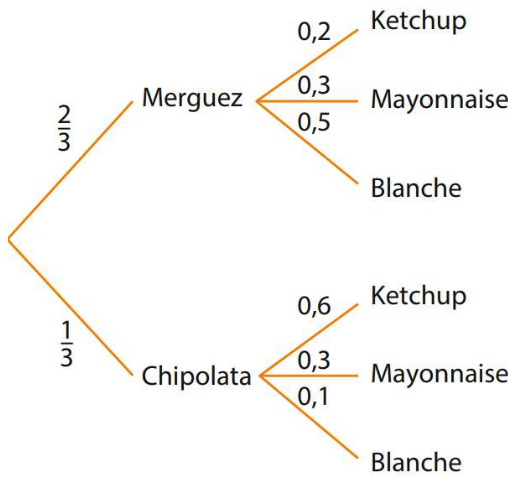
4. $p_{\bar{I}}(A) = \frac{\left(0{,}4 \times \frac{3}{4}\right)}{0{,}7} = \frac{3}{7}$

$p_{\bar{I}}(\bar{A}) = \frac{0{,}6 \times \frac{1}{3}}{0{,}7} = \frac{2}{7}$

Le responsable a tort, il y a plus de chances qu'elle provienne du fournisseur A.

73 Pause déjeuner

1.



2. $p_K(M) = \frac{p(M \cap K)}{p(K)} = \frac{\frac{2}{3} \times 0{,}2}{\frac{2}{3} \times 0{,}2 + \frac{1}{3} \times 0{,}6} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5}$

$p_K(\bar{M}) = \frac{p(\bar{M} \cap K)}{p(K)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$

Donc il est plus probable qu'Axelle soit en train de manger un sandwich à la chipolata.

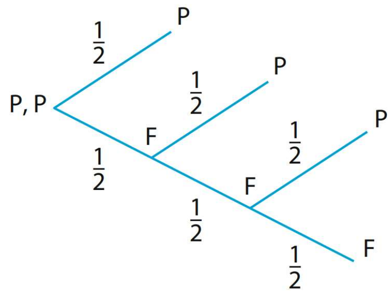
Exercices d'approfondissement

p. 51-52

74 Histoire des sciences

1. 5 parties

2. a)

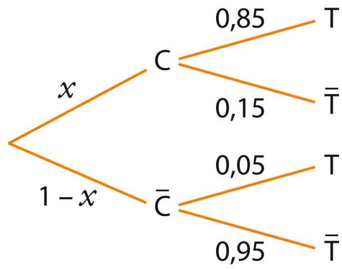


b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$

c) Manel doit remporter $\frac{7}{8} \times 32 = 28$ euros et Tim aura 4 euros.

75 Détection de contrefaçon

1. a)



b) $p(T) = 0{,}85x + 0{,}05(1 - x)$
$= 0{,}8x + 0{,}05$

2. $p_T(C) = \frac{0{,}85x}{0{,}8x + 0{,}05} \geq 0{,}95$

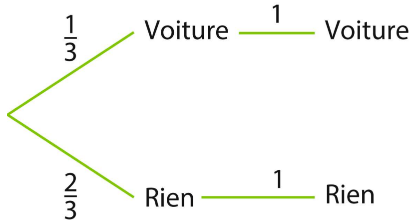
$0{,}85x \geq 0{,}76x + 0{,}047\ 5$

$x \geq \frac{0{,}047\ 5}{0{,}09} \approx 0{,}53$

Le test est fiable à partir de 53 % de contrefaçons sur le marché.

76 Analyser un problème

- Si le candidat maintient son choix, il a une chance sur trois au départ de trouver la voiture, puis il ne change pas de porte. Donc la probabilité de gagner est toujours de $\frac{1}{3}$.

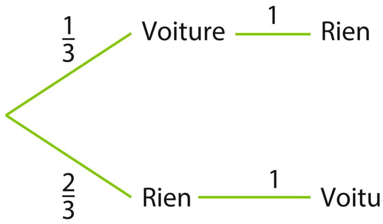


• Si le candidat change de choix après que le présentateur a ouvert la porte :

– soit au départ le candidat avait choisi la voiture sans le savoir, le présentateur lui ouvre une porte avec rien derrière et le candidat choisit alors la deuxième porte avec rien derrière. Donc le candidat perd.

– soit au départ le candidat avait choisi une des deux portes avec rien derrière, le présentateur lui ouvre alors l'autre porte avec rien derrière. Le candidat choisit alors la porte restante : celle derrière laquelle est cachée la voiture !

La probabilité de gagner est donc de $\frac{2}{3}$.



Pour optimiser ses chances de gagner, le candidat doit changer de porte après que le présentateur a ouvert la porte.

77 Indépendance

Il s'agit ici d'un problème ouvert : ne pas hésiter à réaliser un arbre de probabilité même si ce n'est pas demandé.
Plusieurs méthodes sont possibles pour vérifier l'indépendance.
Ici, on pourrait également comparer $p(\mathrm{V}) \times p(\mathrm{B})$ avec $p(\mathrm{V} \cap \mathrm{B})$.

$p(\mathrm{V}) = \frac{1}{7}, p_{\mathrm{V}}(\mathrm{B}) = 0{,}7$ et $p_{\overline{\mathrm{V}}}(\mathrm{B}) = 0{,}15$.

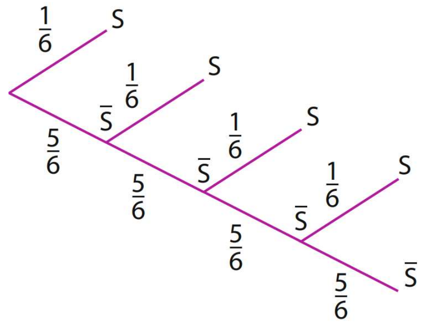
Donc $p(\mathrm{B}) = p(\mathrm{V} \cap \mathrm{B}) + p(\overline{\mathrm{V}} \cap \mathrm{B})$

$= \frac{1}{7} \times 0{,}7 + \frac{6}{7} \times 0{,}15 \approx 0{,}23.$

On a $p(\mathrm{B}) \neq p_{\mathrm{V}}(\mathrm{B})$, donc les événements V et B ne sont pas indépendants.

78 Le lièvre et la tortue

On note S l'événement « le six sort ». La modélisation consiste à répéter un lancer de dé quatre fois au maximum.
Nous sommes dans une succession d'épreuves indépendantes.
On obtient l'arbre de probabilité suivant.



Il est plus facile de calculer la probabilité que la tortue gagne : $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \approx 0{,}482$.
On en déduit que le lièvre a plus de chance de gagner que la tortue !

79 Esprit critique

1. a)

Coup d'Elsa / Coup de Dwayne	Pierre	Feuille	Ciseau
Pierre	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
Feuille	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
Ciseau	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

b) La probabilité d'un match nul est $3 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$.

2. a)

Coup d'Elsa / Coup de Dwayne	Pierre	Feuille	Ciseau
Pierre	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
Feuille	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$
Ciseau	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

b) On rappelle que :
– la pierre bat le ciseau ;
– le ciseau bat la feuille ;
– la feuille bat la pierre.

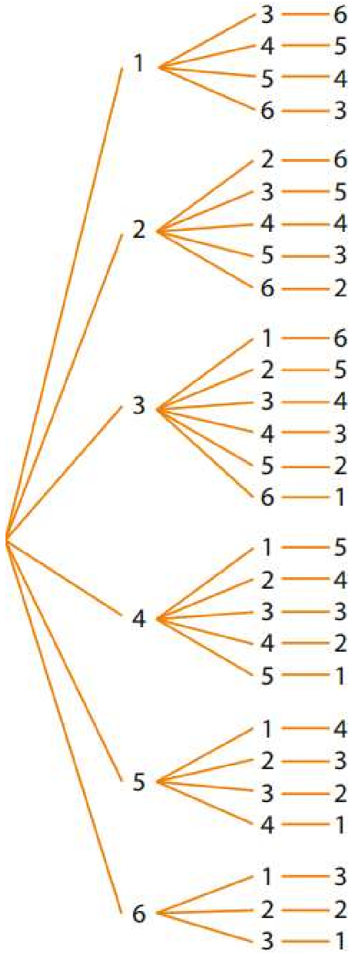
On a marqué en blanc dans le tableau les cas de Victoire d'Elsa, en jaune les victoires de Dwayne et en bleu les cas de match nul.

La probabilité qu'Elsa gagne est :
$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$.

La probabilité que Dwayne gagne est :
$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$.

La probabilité de match nul est :
$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$.

Autrement dit, cette stratégie ne permet pas à Dwayne d'améliorer ses chances de victoires (mais ne les diminue pas non plus).



Une fois que l'élève a compris comment étudier tous les coups possibles d'une partie, il doit adapter l'ensemble de ses résultats à chaque changement de stratégie avant de conclure.

Vers les Maths complémentaires

80 Jeu du *Passe-dix*

1.

$9 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1 = 5 + 2 + 2$
$= 4 + 4 + 1 = 4 + 3 + 2$
$= 3 + 3 + 3$

$10 = 6 + 3 + 1 = 6 + 2 + 2 = 5 + 4 + 1$
$= 5 + 3 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3$

2. Télécharger le fichier sur :
www.lienmini.fr/8188-p35

À la question 2., sur le tableur on observe que les fréquences varient entre 0,11 et 0,14 ce qui ne permet pas de conclure mais correspond aux probabilités trouvées à l'aide des arbres.

3. a) Il y a 27 façons d'obtenir 10 avec 3 dés.

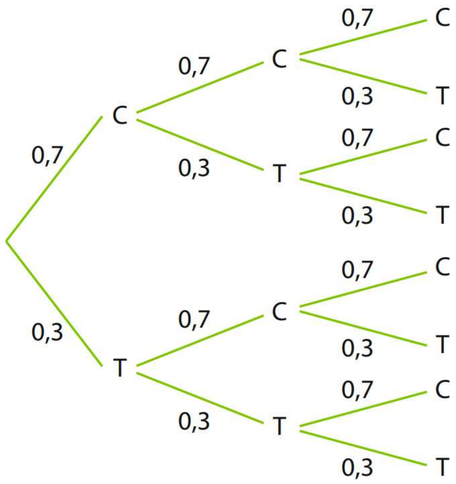
b) Probabilité d'obtenir 9: $\frac{25}{6 \times 6 \times 6} \approx 0{,}116$

Probabilité d'obtenir 10 : $\frac{27}{6 \times 6 \times 6} = 0{,}125$

La probabilité d'obtenir 10 est supérieure à celle d'obtenir 9 car il y a plus de lancers qui permettent d'obtenir 10 que 9.

81 Pause-café

1.



2. Cela correspond à la probabilité de boire 3 cafés donc: $0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}343$.

3. Cela correspond à la probabilité de boire 3 thés donc $0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}027$.

4. a) 3 chemins.

b) $0{,}7 \times 0{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}147$

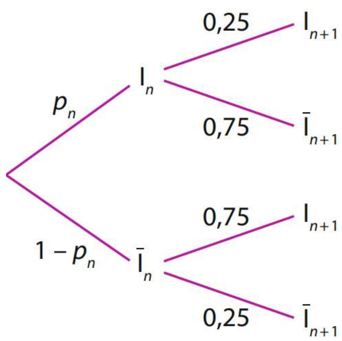
c) Somme des probabilités des 3 chemins menant à 3,20 € : $3 \times 0{,}147 = 0{,}441$.

5. $1 - 0{,}343 - 0{,}441 = 0{,}216$

82 Interrogation de vocabulaire

On utilise une suite arithmético-géométrique, il faut donc avoir traité le chapitre des suites avant de se lancer dans cet exercice.

1.



2. $p_{n+1} = p(I_{n+1})$
$= 0{,}25p_n + 0{,}75\,(1 - p_n) = -0{,}5p_n + 0{,}75$

3. a) $v_{n+1} = p_{n+1} - 0{,}5$
$= -0{,}5p_n + 0{,}75 - 0{,}5$
$= -0{,}5p_n + 0{,}25$
$= -0{,}5(v_n + 0{,}5) + 0{,}25$
$= -0{,}5v_n - 0{,}25 + 0{,}25$
$= -0{,}5v_n$
Donc (v_n) est géométrique de raison $q = -0{,}5$ et de premier terme $v_1 = p_1 - 0{,}5 = 0 - 0{,}5 = -0{,}5$.
b) On a donc : $v_n = v_1 \times q^{n-1} = -0{,}5 \times (-0{,}5)^{n-1}$, on en déduit que $p_n = -0{,}5 \times (-0{,}5)^{n-1} + 0{,}5$.
4. $p_{37} = -0{,}5 \times (-0{,}5)^{37-1} + 0{,}5 \approx 0{,}5$

Préparer le contrôle
Je me teste p. 54

Objectif 1 Calculer et interpréter des fréquences

83 C **84** A **85** D

Objectif 2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

86 A et C **87** D **88** B

Objectif 3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

89 C **90** D **91** B et D

Objectif 4 Utiliser l'indépendance de deux événements

92 B et D **93** C

Préparer le contrôle
Je m'entraîne p. 55

Objectif 1 Calculer et interpréter des fréquences

94 **1.** $12 > 9$ donc Mathis passe davantage de temps sur console.
2. $5 > 4$ donc lorsqu'il est sur PC, Mathis préfère jouer en solo.
3. $\frac{2}{21} \approx 0{,}095 \approx 9{,}5\ \%$
4. $\frac{10+2+5}{21} \approx 0{,}81 \approx 81\ \%$

95

	France	Allemagne	Total
Fossiles	46,98	262,01	308,91
Renouvelables	115,02	227,99	343,01
Nucléaire	361,04	66,96	428,00
Total	523,04	556,96	1 080

Objectif 2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

96 **a)** $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C}) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$
b) $p(\mathrm{M} \cap \mathrm{C}) = \frac{10}{21}$
c) $p(\mathrm{C}) = \frac{12}{21}$

97 **1.**

	Crêpe	Gaufre	Total
Chocolat	35	7	42
Nature	35	28	63
Total	70	35	105

2. $\frac{28}{63} = \frac{4}{9}$

Objectif 3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

98 $p(\mathrm{X} \cap \mathrm{S}) = 0{,}28 \times 0{,}25 = 0{,}07$
$p(\overline{\mathrm{X}} \cap \mathrm{S}) = 0{,}72 \times 0{,}4 = 0{,}288$
$p(\mathrm{S}) = 0{,}07 + 0{,}288 = 0{,}358$
$p_{\mathrm{S}}(\mathrm{X}) = \frac{0{,}07}{0{,}358} \approx 0{,}196$

99 $\frac{0{,}3 \times 0{,}17}{0{,}3 \times 0{,}17 + 0{,}7 \times 0{,}625} \approx 0{,}105$

Objectif 4 Utiliser l'indépendance de deux événements

100 C et D ne sont pas indépendants car $p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{D}) \neq p(\mathrm{C} \cap \mathrm{D})$.

101 Oui, le choix du dessert a une influence sur la probabilité de vouloir du chocolat car la probabilité de vouloir du chocolat (tous desserts confondus) est de $\frac{42}{105} = \frac{2}{5}$ alors que la probabilité de vouloir du chocolat sachant que c'est une gaufre est de $\frac{7}{35}$.

Chapitre 3 Croissance linéaire

→Manuel p. 56-77

Commentaires pédagogiques

L'objectif de ce chapitre est de définir un phénomène discret ou continu et la notion de croissance linéaire. On introduit pour cela la notion de suite pour ensuite définir une suite arithmétique et l'on revoit les caractéristiques d'une fonction affine vues en seconde.
Ainsi, nous avons fait le choix pour les activités :
– d'introduire la notion de suite ;
– de découvrir une suite arithmétique ;
– de revoir les fonctions affines à travers une résolution graphique ;
– de représenter un phénomène discret et un phénomène continu.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
• définir, déterminer la variation et représenter une suite arithmétique ;
• définir, déterminer la variation et représenter une fonction affine ;
• savoir appliquer dans des exemples concrets une suite arithmétique ou une fonction affine ;
• savoir reconnaître un phénomène discret ou continu et une croissance linéaire.

Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 57

1 Travailler avec des entiers naturels

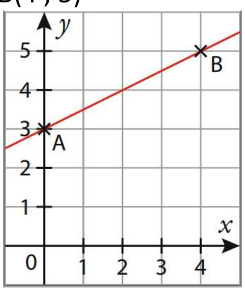
1. $\mathbb{N}$
2. a) $x = \frac{5}{3} \notin \mathbb{N}$ b) $x = 8 \in \mathbb{N}$
c) $x = 4 \in \mathbb{N}$ ou $x = -4 \notin \mathbb{N}$
d) $x \geq -\frac{7}{9}$ pas nécessairement dans $\mathbb{N}$.

2 Mettre en équation

1. $S = 30 + 4 \times 10 = 70$
Luc paiera 70 € s'il se rend 10 fois à la piscine.
2. $S = 30 + 4x$
3. $S \leq 100 \Leftrightarrow x \leq 17{,}5$. Donc 17 entrées.

3 Tracer et déterminer l'équation d'une droite

1. A(0 ; 3) et B(4 ; 5)



2. $y = -2x + 4$
3. a) y augmente de 50.
b) y diminue de 100.
c) $x \approx 110$

4 Utiliser la représentation graphique d'une fonction

1. $f(2) = 1$ et $f(3) \approx 2{,}2$
2. $x = -2{,}8$ ou $x = 2{,}8$
3. $x \in [-3{,}5\,;3{,}5]$
4. Si $x \geq 0$ la fonction est croissante et, si $x \leq 0$, la fonction est décroissante.

Activités p. 58-59

1 Découvrir la notion de suite

• **Durée estimée :** 10 min
• **Objectifs** : déterminer le terme suivant d'une liste, la notation d'une suite, déterminer un terme d'une suite définie explicitement.

1. a) Le terme après 48 est 96, puis 192.
b) On multiplie par 2 le terme précédent.
2. a) Le terme suivant 21 est 34, puis 55.
b) On additionne les deux termes précédents.
3. a) $u(0) = 0$; $u(1) = 1$; $u(4) = 40$; $u(9) = 225$.
b) La valeur de $u(n)$ augmente avec n.
4. a) $u(n+1) - u(n)$
$= 3(n+1)^2 - 2(n+1) - 3n^2 + 2n$
$= 6n + 1$
b) Si $n \in \mathbb{N}$, alors $u(n+1) - u(n) > 0$.
c) La différence entre deux termes consécutifs est positive, donc u est croissante.

2 Découvrir une suite arithmétique

• **Durée estimée :** 10 min

• **Objectifs :** déterminer les premiers termes d'une suite arithmétique, déterminer sa variation et son expression explicite.

1. a) Au bout d'un mois : 100 € ; de deux mois 125 €.

b) D'un mois à l'autre la somme augmente de 25 €.

c) Au bout d'un an : $75 + 25 \times 12 = 375$ €.

2. a) $u(1) = 100$; $u(2) = 125$

b) $u(n+1) = u(n) + 25$

c) $u(15) = 75 + 15 \times 25 = 450$

$u(20) = 75 + 20 \times 25 = 575$

d) $u(n) = u(0) + 25n$

3. $75 + 25n = 400 \Leftrightarrow n = \frac{325}{25} = 13$

Il faudra 13 mois.

3 Résoudre graphiquement avec une fonction affine

• **Durée estimée :** 10 min

• **Objectifs :** lire graphiquement et déterminer l'expression d'une fonction affine à l'aide d'un graphe.

1. a) Pression à 30 m : 4 bars ; pression à 45 m : 5,5 bars.

b) Profondeur pour 3 bars : 20 m.

c) La pression n'est pas nulle car la pression atmosphérique s'applique à la surface de l'eau.

2. a) f est affine car sa représentation est une droite.

b) $f(x) = 0{,}1x + 1$ donc $f(8{,}3) = 1{,}83$.

c) $f(x) = 10{,}7 \Leftrightarrow x = 97$

Le plongeur se trouve à 97 m de profondeur.

d) Record du monde en 2014 : 332,25 m.

La pression qui s'exerce sur le plongeur est alors de 34,225 bars.

4 Représenter un phénomène discret et un phénomène continu

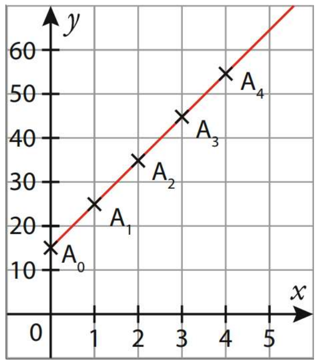
• **Durée estimée :** 10 min

• **Objectif :** faire la différence entre le discret et le continu.

1. a)

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	15	25	35	45	55

b)

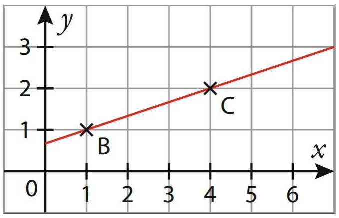


c) Les points A_1, A_2, A_3, A_4 sont alignés.

L'équation de droite est $y = 10x + 15$.

2. a) $f(1) = 1$ et $f(4) = 2$.

b) En prenant les points B(1 ; 1) et C(4 ; 2) :



c) On caractérise géométriquement un phénomène discret par un nuage de points et un phénomène continu par une droite.

Exercices résolus

À vous de jouer p. 61-64

1 **1.**

n	1	2	3	4
$u(n)$	17	13	9	5

2. $u(n) = 21 - 4n$ et $u(15) = -39$

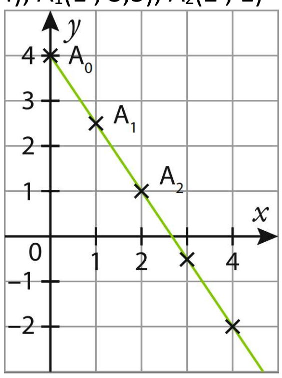
2 **1.**

n	2	3	4	5
$v(n)$	3,75	4,5	5,25	6

2. $v(n) = 3 + 0{,}75(n-1) = 0{,}75n + 2{,}75$

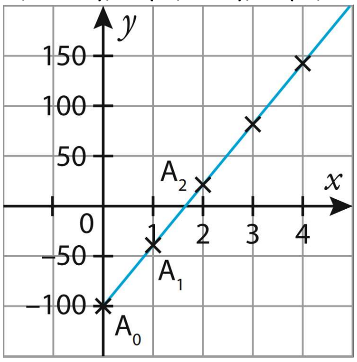
$v(20) = 17{,}25$

3 **1.** $A_0(0 ; 4)$, $A_1(1 ; 3{,}5)$, $A_2(2 ; 1)$



2. $v(3) = -0{,}5$ et $v(4) = -2$

4 **1.** $A_0(0\,;-100)$, $A_1(1\,;-40)$, $A_2(2\,;20)$



2. $u(3) = 80$ et $u(4) = 140$

5 $a = \frac{3-(-6)}{4-(-2)} = \frac{3}{2}$ et $b = 3 - 4 \times \frac{3}{2} = -3$

6 $g(x) = -\frac{3}{5}x + 3$

7 La variable est un nombre entier de mois, donc le phénomène est discret, et l'évolution mensuel est constante, donc la croissance est linéaire.

8 La variable est un nombre de kWh qui peut prendre n'importe quelle valeur réelle positive, donc le phénomène est continu et la fonction associée est affine, donc la croissance est linéaire.

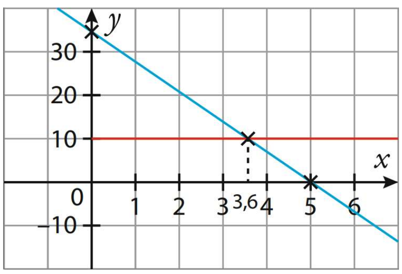
9 **1.** $31n + 12 > 300 \Rightarrow\ n > \frac{288}{31} \approx 9{,}29$
$\Rightarrow n \geq 10$
2. On tabule la calculatrice.

n	5	6	7	8	9	10
$u(n)$	167	198	229	260	291	322

10 $6n + 5 > 3n + 24 \Rightarrow n > \frac{19}{3} \approx 6{,}33$
$\Rightarrow n \geq 7$

11 $30x + 72 \geq 300 \Rightarrow\ x \geq \frac{228}{30}$
$\Rightarrow x \geq 7{,}6$

12 On obtient la résolution graphique suivante.



La plus grande valeur de x pour que $g(x) \geq 10$ est environ 3,6.

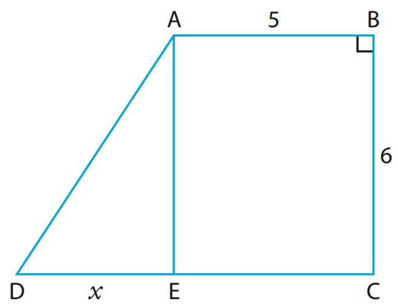
Exercices résolution de problèmes

p. 65

13 L'indéterminée est le nombre de points. On utilise un modèle discret : une suite. Entre deux étapes le nombres de points augmente de 4 avec un nombre initial de 5.
$u(n) = 5 + 4(n-1) = 1 + 4n$
Le nombre de points augmente de 4 à chaque étape, donc on peut modéliser le nombre de points par une suite arithmétique u de premier terme $u(1) = 5$ et de raison $r = 4$
$u(n) = u(1) + (n-1)r = 5 + 4(n-1)$
$\quad = 1 + 4n$
À l'étape 10, il y a 41 points.

14 L'indéterminée est le nombre de mois. On utilise un modèle discret : une suite.
Comme l'inscription est de 150 € et le prix mensuel de 23 €, on a $u(n) = 150 + 23n$.
La somme payée augmente de 23 € chaque mois, donc on peut modéliser la somme payée par une suite arithmétique de premier terme $u(0) = 150$ et de raison $r = 23$.
$u(n) = u(0) + nr = 150 + 23n$
Pour 12 mois, les adhérents paieront 426 €.

15



L'indéterminée est la longueur DE qui peut prendre toute les valeurs réelles positives, donc on peut utiliser un modèle continu.
La partie variable de l'aire est celle du triangle AED qui vaut $\frac{6x}{2} = 3x$ et la partie fixe est l'aire du rectangle ABCE qui vaut $6 \times 5 = 30$.

$f(x) = 3x + 30$
L'aire de trapèze augmente avec x qui peut prendre toutes les valeurs réelles positives, donc on peut modéliser l'aire par une fonction affine : $f(x) = 3x + 30$.

Exercices automatismes p. 66

Rituel 1

16 19,2

17 6,3

18 $f(x)$ diminue de 1.

19 0,35

20 $x = 3$

Rituel 2

21 3 s

22 8 s

23 4,5 s

24 $v = \frac{115}{14} \approx 8{,}21$ m/s

Rituel 3

25 24 €

26 144 €

27 185 personnes.

28 $-\frac{4}{3}$

29 $\frac{4}{7}$

30 $\frac{10}{12{,}2} \approx 0{,}82$ A

31 $V \approx 47\,080$ cm^3

Rituel 4

32 273 €

33 $2{,}5 \times 1{,}05 = 2{,}625$ m

34 $x = -8$

35 $x = \frac{31}{220}$

36 $4{,}1 \approx 4$ et $\pi \approx 3$
d'où $4{,}1^2 \times \pi \approx 16 \times 3 \approx 48$

Exercices d'entraînement p. 67-71

Je consolide mes acquis

37 Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $x = -8$

b) $x = 18$

c) $x \in]-\infty\,; 2[$

d) $x \in]-\infty\,; \frac{3}{5}[$

38 Déterminer l'équation d'une droite

$d_1 : y = x - 2$ et $d_2 : y = -2x + 6$.

39 Mettre en équation

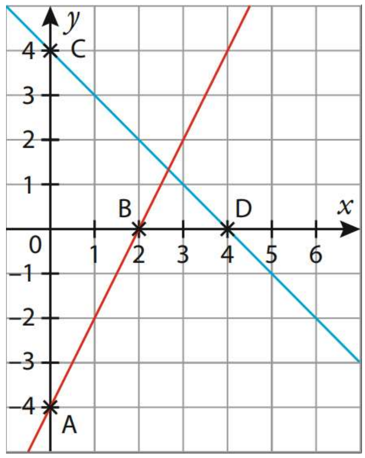
Soit x la part de la première personne.
$x + (x + 3) + (x + 6) + (x + 9) + (x + 12) = 90$
$\Leftrightarrow\ 5x = 60\ \Leftrightarrow x = 12$

Les personnes reçoivent respectivement 12, 15, 18, 21 et 24 €.

40 Tracer une droite

a) A$(0\,; -4)$ et B$(2\,; 0)$

b) C$(0\,; 4)$ et D$(4\,; 0)$



41 Lire, estimer et résoudre graphiquement

1. $f(1{,}5) = -3$

2. $x_1 \approx -1{,}75\,; x_2 \approx 0\,; x_3 \approx 1{,}75$

3.

x	-2		-1		1		$2{,}5$
$f(x)$	-4	↗	0	↘	-4	↗	6

Questions de cours

42 **1.** $u(n) = u(0) + nr$

2. $u(n) = u(1) + (n - 1)r$

43 $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

44 Un phénomène est discret lorsque la variable qui le caractérise prend ses valeurs dans $\mathbb{N}$. Le phénomène est continu lorsque la variable prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$.

45 Une évolution est linéaire lorsque le taux d'accroissement de la suite ou de la fonction qui la caractérise est constant.

Reconnaître une suite arithmétique

46 **a)** Suite arithmétique de raison 4.

b) Suite non arithmétique.

c) Suite non arithmétique.

47 **a)** Suite arithmétique

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	-1	6	13	20	27

b) Suite arithmétique

n	0	1	2	3	4
$v(n)$	3	1	-1	-3	-5

c) Suite non arithmétique

n	0	1	2	3	4
$w(n)$	-2	-1	2	7	14

48 **a)** Suite arithmétique de raison 35.
b) Suite arithmétique de raison -4.
c) Suite non arithmétique.

49 **a)** Suite arithmétique de raison 3.
b) Suite non arithmétique.
c) Suite non arithmétique.

Calculer les termes d'une suite arithmétique

50 **a)** $u(n) = 15 + 1{,}5n$
b) $v(n) = 5 + 25(n-1) = -20 + 25n$
c) $w(n) = 8 - \frac{2}{3}n$

51 **a)** $u(1) = 1$; $u(2) = -3$; $u(3) = -7$.
b) La suite u est arithmétique car le taux de variation de la suite u est constant et vaut -4.
c) $u(n) = 5 - 4n$ et $u(10) = -35$.

52 **1. a)** La suite v est arithmétique de raison -20.
b) $v(2) = 90$; $v(3) = 70$; $v(4) = 50$.
c) $v(n) = 110 - 20(n-1) = 130 - 20n$
$v(7) = -10$.
2. a) La suite w est arithmétique de raison 30.
b) $w(2) = -10$; $w(3) = 20$; $w(4) = 50$.
c) $w(n) = -40 + 30(n-1) = -70 + 30n$
$w(7) = 140$.

53 **1. a)** La suite u est arithmétique de raison $\frac{2}{3}$.
b) $u(1) = \frac{7}{6}$; $u(2) = \frac{11}{6}$; $u(3) = \frac{5}{2}$.
c) $u(n) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}n$; $u(12) = \frac{17}{2}$.
2. a) La suite v est arithmétique de raison $\frac{7}{4}$.
b) $v(1) = \frac{13}{12}$; $v(2) = \frac{17}{6}$; $v(3) = \frac{55}{12}$.
c) $v(n) = -\frac{2}{3} + \frac{7}{4}n$; $v(12) = \frac{61}{3}$.

54 **1.** $v(10) = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \times 9 = \frac{41}{3}$
2. $w(10) = \frac{11}{4} - \frac{3}{4} \times 9 = -4$

55 **1.** $u_0 = u_{100} - 100 \times 12 = -1\,200$
2. $v_1 = v_{10} - 9(-5) = 170$

56 **1.** $r = \frac{u_7 - u_3}{4} = -6$;
$u_0 = u_3 - 3(-6) = 63$.
2. $u_n = 63 - 6n$; $u_{12} = -9$

57 **1.** $r = \frac{u_{40} - u_{17}}{23} = 2$;
$u_0 = u_{17} - 17 \times 2 = -10$.
2. $u_n = -10 + 2n$; $u_8 = 6$.

58 **1.** $u_{n+1} - u_n = -10$, donc u est arithmétique de raison -10.
2. $u_n = 2 - 10n$.

59 $r = \frac{u_{10} - u_5}{5} = -3{,}2$
$u_0 = u_5 - 5 \times (-3{,}2) = 14$
$u_{50} = u_0 + 50(-3{,}2) = -146$

Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique

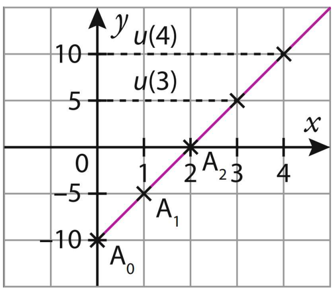
60 **a)** $r = -7$, u est décroissante.
b) $r = 8$, v est croissante.
c) $r = -4$, w est décroissante.

61 **1.** $r = v(6) - v(5) = 8$.
2. v est croissante.

62 **1.** $r = \frac{u_4 - u_1}{3} = -1\,470$.
2. u est décroissante.

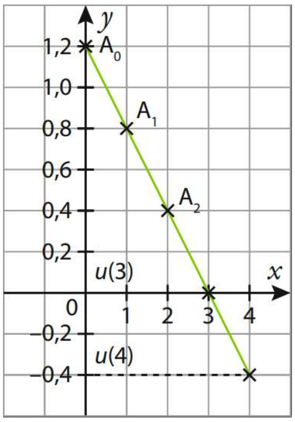
Représenter une suite arithmétique

63 $A_0(0\,;-10)$, $A_1(1\,;-5)$, $A_2(2\,;0)$.



$u(3) = 5$; $u(4) = 10$

64 $A_0(0\,;-1{,}2)$, $A_1(1\,;0{,}8)$, $A_2(2\,;0{,}4)$.



65 **1.** Les points sont alignés car la suite est arithmétique.

2. $u(0) = 0{,}3$ **3.** $r = \frac{0{,}2}{3} = \frac{1}{15}$

66 **1.** La suite est arithmétique car les points sont alignés.

2. $u(0) = 3\,;r = -0{,}5$

Définir et représenter une fonction affine

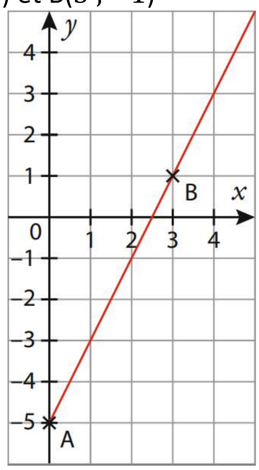
67 **a)** $a = 5$ et $b = 4$. **b)** $a = -7$ et $b = 0$.
c) $a = -\frac{2}{5}$ et $b = \frac{3}{5}$. **d)** $a = \frac{1}{3}$ et $b = -\frac{2}{3}$.

68 **1.** f n'est pas affine car $f(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$.

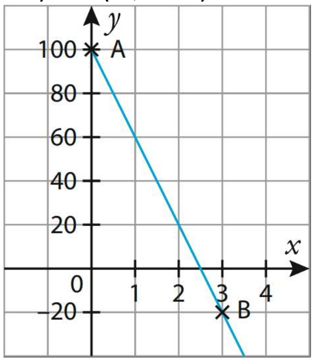
2. g est affine avec $a = \sqrt{2} - 1$ et $b = 0$.

69 $f(x) = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$.
f est affine avec $a = 6$ et $b = 9$.
$g(x) = x^2 - 2x + 1 - 3x^2 = -2x^2 - 2x + 1$
g n'est pas affine car elle n'est pas de la forme $ax + b$.

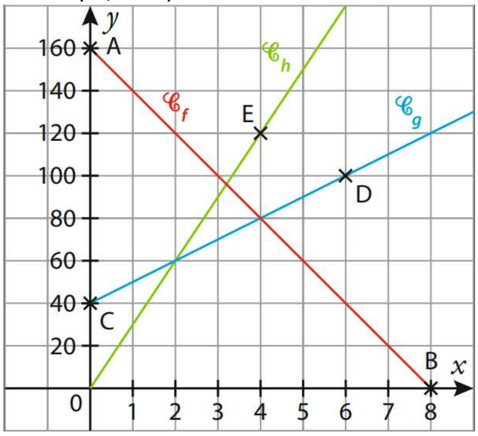
70 A$(0\,;-5)$ et B$(3\,;-1)$



71 A$(0\,;100)$ et B$(3\,;-20)$



72 Pour f : A$(0\,;160)$ et B$(8\,;0)$.
Pour g : C$(0\,;40)$ et D$(6\,;100)$.
Pour h : E$(4\,;120)$.



Déterminer une fonction affine

73 $f \to d_2\,;g \to d_4\,;h \to d_1\,;k \to d_3$

74 $f_1(x) = \frac{2}{3}x\,;f_2(x) = \frac{3}{2}x - 1\,;$
$f_3(x) = 2 - x\,;f_4(x) = 2$

75 $f(x) = -\frac{5}{4}x + b\,;b = 3 + \frac{5}{4} \times 0{,}2 = \frac{13}{4}$
D'où $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{13}{4}$.
$f(0) = \frac{13}{4}$ et $f(3) = -\frac{15}{4} + \frac{13}{4} = -\frac{1}{2}$

76 $f(x) = 5x + b\,;b = 10 - 5 = 5$
$f(0) = 5$ et $f(8) = 40 + 5 = 45$

77 $a = \frac{3}{2}\,;b = 3 - 4 \times \frac{3}{2} = -3$

$$g(x) = \frac{3}{2}x - 3$$

78 $a = -\frac{5}{2}\,;b = 12 + 2 \times \frac{5}{2} = 17$

$$g(x) = -\frac{5}{2}x + 17$$

79 $a = -2$; $b = 4$
$f(x) = -2x + 4$
f est décroissante.

80 $f(x) = 35x$.

81 $a_1 = \frac{f(3) - f(0)}{3} = \frac{1}{3}$; $a_2 = \frac{f(6) - f(3)}{3} = \frac{1}{3}$
$a_1 = a_2$, f affine existe et $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$.

82 $a_1 = \frac{f(2) - f(-1)}{3} = -1 = \frac{f(4) - f(1)}{3}$
f affine existe et $f(x) = -x + 1$.

Déterminer si un phénomène est discret ou continu

83 La position du cycliste est repérée par une variable prenant ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$. Le phénomène est continu. De plus, sa vitesse (taux de variation) est constante, donc la croissance est linéaire.

84 Le montant du loyer est déterminé par une variable prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$. Le phénomène est discret. De plus, son augmentation étant constante, la croissance est linéaire.

85 **1.** Sur un piano, les notes sont préréglées et sont séparées d'un demi-ton. Donc, si l'on prend comme variable le nombre de demi-tons, cette variable prend ses valeurs dans $\mathbb{N}$. Le phénomène est discret.
Sur un violon, on peut faire les notes que l'on veut. En prenant comme variable la distance du pincement d'une corde au manche, cette valeur prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$. Le phénomène est continu.
2. Beaucoup d'instruments sont discrets, on peut citer la guitare, la flûte, le saxophone, l'accordéon, la trompette…
Pour les instruments continus, on peut citer le violoncelle, la contrebasse, le trombone à coulisse…

86 **1.** $c(7{,}5) = 1\,500 \times 7{,}5 + 800$
$= 12\,050$ €
2. La variable x prend ses valeurs avec trois chiffres après la virgule, on peut considérer qu'elle prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$. L'évolution est donc continue.

Calculer un seuil

87 $25 + 12n > 200 \Rightarrow n > \frac{175}{12} \approx 14{,}6$
La plus petite valeur est 15.

88 $-7n + 30 < 0 \Rightarrow n > \frac{30}{7} \approx 4{,}3$
La plus petite valeur est 5.

89 $24 + 5n < 5 + 7n \Rightarrow n > \frac{21}{2} \Rightarrow n \geq 11$.

90 $-25x + 60 \geq 120 \Rightarrow x \leq -2{,}4$.

91 $x \geq 4{,}2$

Modéliser une évolution

92 **Analyser un problème**
2019-2020 : +43 ; 2020-2021 : +41
2021-2022 : +44 ; 2022-2023 : +44
L'évolution est quasi-linéaire.

93 Si l'évolution est linéaire, l'augmentation de voitures d'une année à l'autre doit être constante.
2015-2016 : +4,5 ; 2016-2017 : +3,1
L'évolution n'est pas linéaire.

94 **Modéliser une évolution**
1. L'augmentation étant constante, la suite est arithmétique de raison 5.
2. $u(7) = 40 + 6 \times 5 = 70$.
3. $u(n) = 110 \Leftrightarrow 40 + 5(n-1) = 110$
$\Leftrightarrow n = 15$.
L'entraînement dure 15 semaines.

95 **Histoire des sciences**
1. On a $f(0) = 20$
D'où $f(x) = 20 - \frac{0{,}65}{100}x$.
2. $f(4\,000) = 20 - 0{,}65 \times 40 = -6$
Il fait -6 °C à 4 000 m d'altitude.

96 **1.** $\frac{28\,400 - 21\,200}{2\,022 - 2\,006} = 450$
2. **a)** La suite v est arithmétique car la diminution annuelle de la population est constante.
b) $v_0 = 28\,400$ et $r = -450$
c) $v_n = 28\,400 - 450n$
$v_n < 20\,000$
$\Leftrightarrow -450n < -8\,400$
$\Leftrightarrow n > \frac{8\,400}{450} \approx 18{,}7 \Rightarrow n \geq 19$
soit en 2025.

97 **1. a)** $u_n = 4\,500 + 135n$.
b) $v_n = 4\,000 + 160n$
2. Les suites u et v sont arithmétiques car l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant respectivement 135 et 160.
3. $4\,000 + 160n > 4\,500 + 135n$
$\Leftrightarrow 25n > 500 \Leftrightarrow n > 20$.
À partir de 2043, le capital de Sophie sera plus élevé que celui de Moussa.

98 **1.** Pour Sylvie : $49 + 5 \times 10 = 99$ €.
Pour Marc : $12 \times 10 = 120$ €.
2. a) $u_n = 49 + 5n$ et $v_n = 12n$.
b) Les suites u et v sont de la forme $an + b$, donc les suites u et v sont arithmétiques.
La suite u est arithmétique de premier terme 49 et de raison 5. La suite v est arithmétique de premier terme 0 et de raison 12.
c) $u_n < v_n \Leftrightarrow -7n < -49 \Leftrightarrow n > 7$
Sylvie doit donc acheter au moins 8 billets.

99 **Esprit critique**
1. Augmentation annuelle :
$4\,710 - 3\,580 = 1\,130$ MW
Capacité en 2025 :
$3\,580 + 1\,130(2\,025 - 2\,008)$ = 22 790 MW
2. a) $u_n = 3\,580 + 1\,130n$
b) On a supposé que l'évolution annuelle était constante, donc l'évolution annuelle peut être modélisée par une suite arithmétique.
n représente le nombre d'années entre 2008 et $2008 + n$.
c) $u(17) = 3\,580 + 1\,130 \times 17 = 22\,790$
3. Ce modèle d'évolution n'est pas adapté à la crise climatique car une évolution linéaire ne permet pas de faire face rapidement à l'urgence. Il faudrait par exemple multiplier par 2 la capacité : cela correspond à une évolution exponentielle.

Pour faire face à une urgence, une évolution linéaire n'est pas adaptée.
On devrait supposer que l'évolution est exponentielle de base $a = \frac{4\,710}{3\,580} \approx 1{,}32$, on obtiendrait alors en 2025 :
$3\,580 \times 1{,}32^{17} \approx 401\,458$ MW.

À chacun son rythme

Pour l'énoncé A, on ne demande que la raison de la suite, tandis que pour les énoncés B et C, cela demande plus d'initiatives.
Pour B, il faut déterminer la forme explicite de $u(n)$ pour déduire un terme particulier.
Pour l'énoncé C, il faut déterminer la forme explicite de la forme indicielle u_n pour résoudre un problème de seuil.

100 **Énoncé A**
1. $r = u(1) - u(0) = 9 - 5 = 4$
2. $r > 0$. La suite est croissante.

Énoncé B
$u(20) = u(0) + 20r = 85$

Énoncé C
$u_n > 2\,022 \Rightarrow 5 + 4n > 2\,022 \Rightarrow$
$n > \dfrac{2\,017}{4} = 504{,}25 \Rightarrow n \geq 505$

Exercices de synthèse

p. 72

101 **Suite arithmétique**
1. $r < 0$: la suite u est décroissante.
2. $u(n) = u(0) + nr = 53 - 2n$.
$u(7) = 39$
3. $u(n) < 0 \Rightarrow n > \frac{53}{2} \Rightarrow n \geq 27$.

102 **Verger**
1. a) Si la croissance est linéaire, alors la suite u est arithmétique.
b) À l'étape 0, il y a 9 conifères et, à l'étape 1, 13 conifères, donc $u_0 = 9$ et $r = 4$:
$u_n = 9 + 4(n - 1) = 5 + 4n$.
$u(10) = 45$, soit 45 conifères.
2. On a $v_1 = 1$, $v_2 = 4$ et $v_3 = 9$
$v_2 - v_1 = 3 \neq v_3 - v_2 = 5$.
La croissance n'est pas constante, donc v ne traduit pas une croissance linéaire.

103 **Degrés Celsius et Fahrenheit**
1. $f(0) = 32 \Rightarrow b = 32$
$a = \frac{f(100) - f(0)}{100} = \frac{212 - 32}{100} = 1{,}8$.
$f(x) = 32 + 1{,}8x$.
2. a) La température du corps humain est à peu près de 37°C.
$f(37) = 98{,}6$, donc à 98,6 °F.
b) $32 + 1{,}8x = 90 \Leftrightarrow x = \frac{58}{1{,}8} \approx 32{,}2$
32,2°C est une température supportable.
c) $32 + 1{,}8x = x \Leftrightarrow x = -\frac{32}{0{,}8} = -40$
Donc -40°C $= -40$°F.

104 L'offre et la demande

1. a) $\boldsymbol{f(0) = 0}$ donc $\boldsymbol{b = 0}$

$a = \frac{f(20)}{20} = \frac{15}{20} = 0{,}75$ donc $f(x) = 0{,}75x$.

b) $g(0) = 10$ et $g(25) = 0$

$a = \frac{g(25) - g(0)}{25} = -\frac{10}{25} = -0{,}4$ et $b = 10$.

$g(x) = 10 - 0{,}4x$.

c) Plus le prix est important moins la demande est grande, donc la demande correspond à g et l'offre à f.

d) $f(5) = 3{,}75$ et $g(5) = 8$

Pour un prix de 5 € l'entreprise est prête à vendre 6 500 jouets et les consommateurs sont prêts à acheter 12 500 jouets.

2. a) Graphiquement on détermine l'ordonnée du point d'intersection : 6,5 €.

b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = \frac{10}{0{,}75 + 0{,}4} \approx 8{,}70$

Le prix d'équilibre vaut $0{,}75 \times 8{,}7 \approx 6{,}52$ €.

c) Ce prix correspond à 8 700 jouets.

Exercices d'approfondissement

p. 73-74

105 Démonstration

1. a) $u(n+1) - u(n) = 7$

b) Pour tout entier n, $u(n+1) - u(n) = 7$, donc la suite u est arithmétique de raison 7.

2. a) $v(n+1) - v(n) = a$

b) Pour tout entier n, $v(n+1) - v(n) = a$, donc la suite v est arithmétique de raison a.

106 Modéliser une évolution

1. a) Soit a_1 l'élévation annuelle entre :

$a_1 = \frac{0{,}2}{2\,018 - 1\,901} = 0{,}0017$

soit 1,7 mm par an.

b) De 2022 à 2050 :

$0{,}0017(2\,050 - 2\,022) = 0{,}0476$ m

$= 47{,}6$ mm

2. a) Soit a_2 l'élévation annuelle moyenne :

$a_2 = \frac{100}{2\,022 - 1\,993} \approx 3{,}45$ soit 3,45 mm par an.

b) De 2022 à 2050 :

$3{,}45(2\,050 - 2\,022) = 96{,}6$ mm.

c) L'élévation annuelle du niveau de la mer n'est pas constante. D'après la deuxième série de valeur, cette élévation s'accélère.

107 Suite auxiliaire

1. On obtient le tableau suivant :

n	1	2	3	4
u_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

On peut conjecture que $u_n = \frac{1}{n+1}$.

2. a) On obtient le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4
v_n	1	2	3	4	5

La suite v semble arithmétique de raison 1.

b) $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1 + u_n}{u_n}$

c) $v_{n+1} - v_n = \frac{1 + u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = 1$

La différence entre deux termes consécutifs est constante, donc la suite v est arithmétique de raison 1.

d) $v_n = v_0 + nr = 1 + n$

3. $u_n = \frac{1}{v_n} = \frac{1}{n+1}$.

108 Carrelages

1. $u(2) = 12$

2. a) $r = u(2) - u(1) = 6$

b) $u(n) = 6 + 6(n-1) = 6n$

c) $u(6) = 36$

109 Suite et triangles

1. On calcule les aire des aires des surfaces coloriées par soustraction d'aires.

$u_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $u_2 = \frac{4\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$u_3 = \frac{(9-4)\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$ et $u_4 = \frac{(16-9)\sqrt{3}}{4} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$.

2. u_n correspond à l'aire d'un triangle équilatéral de côté n moins l'aire d'un triangle équilatéral de côté $(n-1)$.

$u_n = \frac{(n^2 - (n-1)^2)\sqrt{3}}{4} = \frac{(2n-1)\sqrt{3}}{4}$

3. $u_{n+1} - u_n = \frac{[2(n+1) - 1 - 2n + 1]\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

La différence entre deux termes consécutifs est constante, donc u est arithmétique de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

110 Modélisation

Par exemple :

1. Soit u_n le prix de n séances de cinéma avec un abonnement de 40 € qui donne accès à une séance à 5,50 €.

2. On a alors $u_n = 40 + 5{,}5n$.

3. La suite u est arithmétique de raison 5,50. Cette suite est donc croissante.

Si le prix d'une séance sans abonnement est de 10 €, il faudra $\frac{40}{4{,}5} \approx 8{,}9$ soit 9 séances pour rentabiliser l'abonnement.

Vers les Maths complémentaires

105 Calcul de l'impôt

1. Son taux marginal est de 11 %.
Le montant de l'impôt est de :
$0{,}11(25\,000 - 10\,225) = 1\,625{,}25$
Le taux moyen d'imposition est de :
$t = \frac{1\,625}{25\,000} = 0{,}065$ soit 6,5 %.

Le taux moyen d'imposition permet de calculer le taux de prélèvement à la source.

2. a) Si $x \in I_1$, $f(x) = 0$.
b) Si $x \in I_2$, $f(x) = 0{,}11(x - 10{,}225)$
$= 0{,}11x - 1{,}125$
c) Si $x \in I_3$,
$f(x) = 0{,}11 \times 15{,}845 + 0{,}3(x - 26\,070)$
$f(x) = 0{,}3x - 6{,}078$
3. $25 \in I_2$,
$f(25) = 0{,}11 \times 25 - 1{,}125 = 1{,}625$
Soit 1 625 € d'impôts.
4. a) $42 \in I_3$,
$f(42) = 0{,}3 \times 42 - 6{,}078 = 6{,}522$.
L'impôt de Leïla est de 6 522 €.
b) Le taux marginal est de 30 % et le taux moyen de $\frac{6\,522}{42\,000} \approx 0{,}15{,}53$, soit 15,53 %.

5. Ce qui restera a Leïla après impôts sera toujours supérieur à ce qu'elle avait avec un salaire moindre car le taux de la nouvelle tranche est inférieur a 100 %. En revanche, son taux moyen d'imposition sera plus important, donc proportionnellement Leïla paiera plus d'impôts. Elle doit donc accepter cette augmentation.

112 Nombres triangulaires

1. $u_{49} = 1 + 49 \times 2 = 99$

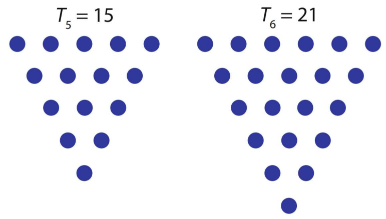
$$S = \overbrace{(u_0 + u_1 + \cdots + u_{49})}^{\text{50 termes}} = 50 \times \frac{1 + 99}{2}$$
$$= 2\,500$$

2. a) La différence entre deux termes consécutifs est 7, donc u est une suite arithmétique de raison 7 et de premier terme $u_0 = 26$.
b) Nombre de termes : $\frac{2\,021 - 26}{7} + 1 = 286$.

Le nombre de termes vérifie la loi des piquets (1 de plus) et des intervalles.

$S = 286 \times \frac{26 + 2\,021}{2} = 292\,721$

3. a)



b) T_n est la somme des termes d'une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme 1 : $T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
c) $T_{12} = \frac{12 \times 13}{2} = 78$ et $T_{60} = \frac{60 \times 61}{2} = 1\,830$

Préparer le contrôle
Je me teste p. 76

Objectif 1 Utiliser une suite arithmétique

113 B **114** B **115** B et D

Objectif 2 Utiliser une fonction affine

116 B et C **117** C

Objectif 3 Modéliser une évolution

118 A et D

Objectif 4 Déterminer un seuil

119 C **120** B

Préparer le contrôle
Je m'entraîne p. 77

Objectif 1 Utiliser une suite arithmétique

121 **1.** $u(1) = 11, u(2) = 19, u(3) = 27$
2. $u(n) = 3 + 8n$ et $u(10) = 83$

122 **1.** La suite est arithmétique car la différence entre deux termes consécutifs est constante.
2. $u(10) = 12 + \frac{3}{2} \times 9 = 25{,}5$

123 **1.** $r = \frac{u_5 - u_2}{3} = \frac{8}{3}$; $u_0 = u_2 - 2 \times \frac{8}{3} = \frac{5}{3}$
2. $u_n = \frac{5}{3} + \frac{8n}{3}$ et $u_{10} = \frac{85}{3}$

Objectif 2 Utiliser une fonction affine

124 **1.** $a = \frac{f(5) - f(-3)}{5 + 3} = \frac{29 - 5}{8} = 3$
$b = 29 - 5 \times 3 = 14$

2. $a > 0$ donc f est croissante.

125 **1.** $a = \frac{f(10) - f(-5)}{10 + 5} = \frac{16 + 5}{15} = \frac{7}{5}$

$b = 16 - \frac{7}{5} \times 10 = 2$

2. $f(-10) = \frac{7}{5}(-10) + 2 = -12.$

Donc $\mathrm{A} \in C_f$.

126 **1.** $a = \frac{f(1) - f(-6)}{1 + 6} = \frac{-2 - 13}{7} = -\frac{15}{7}$

$b = -2 + \frac{15}{7} \times 1 = \frac{1}{7}$

$f(x) = -\frac{15}{7}x + \frac{1}{7}$

2. $b \neq 0$, donc C_f ne passe pas par l'origine.

Objectif 3 Modéliser une évolution

127 **1.** $f(x) = 25x$.

2. $f(1{,}3) = 32{,}5$ soit 32,50 €.

128 **1.** Soit $u(n)$ donnant le montant du dépôt l'année n : $u(n) = 1\,000 + 125n$.

2. L'année de la Terminale correspond à $n = 6$.

$u(6) = 1\,000 + 125 \times 6 = 1\,750$.

Le dernier dépôt sera d'un montant de 1 750 €.

129 À chaque étape, le nombre de carreaux augmente de 8. À l'étape 1, il y a 8 carreaux, donc le nombre de carreaux à l'étape n est :

$u_n = 8 + 8(n - 1) = 8n$

$u_{15} = 120$

Objectif 4 Déterminer un seuil

130 $u(n) \geq 100 \Rightarrow n \geq \frac{95}{6} \approx 15{,}6 \Rightarrow n \geq 16$.

131 $125 - 3{,}6n < 0 \Rightarrow n > \frac{125}{3{,}6} \approx 34{,}7 \Rightarrow n \geq 35$.

132 $32\,000 + 820n > 41\,000 + 360n \Rightarrow 460n > 9\,000 \Rightarrow n > \frac{450}{23} \approx 19{,}6 \Rightarrow n \geq 20$.

La population de la ville A dépassera celle de la ville B en 2030.

Chapitre 4 Croissance exponentielle

➥Manuel p. 78-99

Commentaires pédagogiques

L'objectif de ce chapitre est de prolonger l'étude des suites par l'introduction de suites géométriques, permettant de modéliser des situations de croissances exponentielles.
Pour étendre les modélisations des suites géométriques à des modèles continus, les fonctions exponentielles sont introduites en lien avec l'expression du terme général d'une suite géométrique.
Une application des puissances non entières est la définition de taux moyen.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
- reconnaître et utiliser une suite géométrique.
- utiliser une fonction exponentielle.
- modéliser une situation de croissance exponentielle.
- comparer les différents types de croissances.

Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 79

1 Coefficient multiplicateur

a) $c = 1{,}2$ **b)** $c = 0{,}7$
c) $c = 1{,}05$ **d)** $c = 3$

2 Évolution en pourcentage

a) hausse de 23 %
b) baisse de 5 %
c) hausse de 3,4 %
d) hausse de 115 %

3 Évolutions successives

a) hausse de 54 %
b) baisse de 28,5 %.
c) hausse de 15,762 5 %

4 Calculer avec les puissances

a) 2^8 **b)** 2^{-1}
c) 5^{24} **d)** 1

5 Étudier les variations d'une fonction

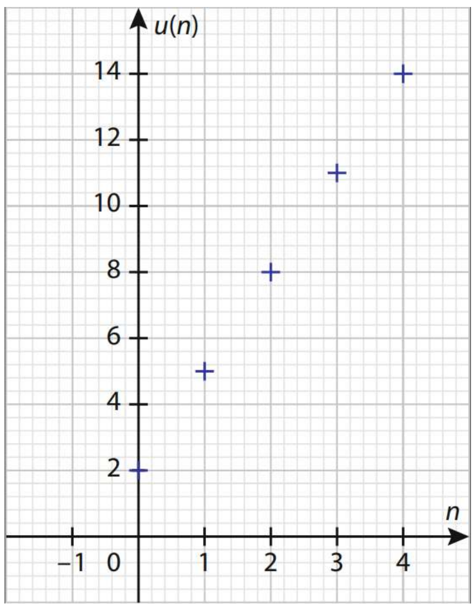
1. a) $x \in [0\,;3]$
b) $x \in \{-1\,;3\}$
c) $x \in [-2\,;-1[$
2. f est décroissante sur $[-2\,;3]$ et g est décroissante sur $[-2\,;1]$ et croissante sur $[1\,;3]$.

6 Calculer et représenter les termes d'une suite

1. $u(1) = 5$ et $u(2) = 8$
2. u est arithmétique.
3. $u(n) = 3n + 2$
4.

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	2	5	8	11	14

5.



Activités p. 80-81

1 Suite géométrique

• **Durée estimée :** 10 min

• **Objectif** : introduire les suites géométriques, et leur caractéristique : taux d'évolution constant.

1. a)

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	2	3	4,5	6,75	10,125

b) $u(n) = 2 \times 1{,}5^n$

2. a) Il est de 50 %.

b) Ils sont aussi de 50 %.

c) Les taux d'accroissements semblent constants, égaux à 50 %.

3. a) $u(n+1) = 1{,}5 \times u(n)$

b) $\frac{u(n+1) - u(n)}{u(n)} = \frac{1{,}5u(n) - u(n)}{u(n)} = 0{,}5.$

Les taux d'accroissements sont bien égaux à 50 %.

4. Pour passer de $u(0)$ à $u(n)$, on multiplie $u(0)$ n fois par 1,5, donc $u(n) = u(0) \times 1{,}5^n$.

2 Croissances exponentielles

• **Durée estimée :** 25 min

• **Objectifs :** étudier deux évolutions exponentielles et déterminer un seuil.

1. a) $t \approx -1{,}3\ \%$

b) $t \approx 2{,}2\ \%$

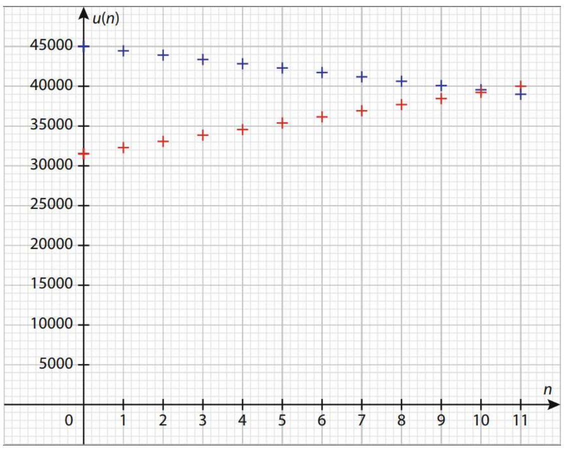
2. Il y aurait 43 802 habitants à Châlons-en-Champagne et 32 966 habitants à Épinal selon ces modèles.

3. u est géométrique de raison 0,987.

$u(2) = 43\,802$

4. v est géométrique de raison 1,022.

5.



6. Ce serait pour $n = 11$, en 2049.

7. a) Voir calculatrice ou logiciel.

b) Ce serait à partir du mois de mars.

8. a) $u(n+1) - u(n)$

$= 44\,980 \times 0{,}987^{n+1} - 44\,980 \times 0{,}987^n$

$= 44\,980 \times (0{,}987 - 1) \times 0{,}987^n$

$= -584{,}74 \times 0{,}987^n$

On déduit de cela que l'accroissement de la suite u est négatif.

b) u est donc décroisssante.

3 Notation a^p

• **Durée estimée :** 25 min

• **Objectif :** introduire la notation de puissances non entières.

1. a) Voir calculatrice ou logiciel.

b) Il semble qu'il n'y ait qu'une seule solution.

2. $8^{\frac{1}{3}} = 2$; $27^{\frac{1}{3}} = 3$ et $1^{\frac{1}{3}} = 1$.

3. $a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n}}}$

4. $a^{\frac{p}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^p$

5. $\left(a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{p}}\right)^{np} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{np} \times \left(a^{\frac{1}{p}}\right)^{np}$

$= a^p \times a^n = a^{n+p}$

et $(a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{p}})^{np} = a^{p+n}$

D'où l'égalité cherchée.

4 Taux moyen

• **Durée estimée :** 25 min

• **Objectif :** introduire la formule permettant de calculer un taux moyen.

A ▶ Estimation d'un taux d'évolution

1. Chaque hausse de 3 % porte sur une quantité augmentée, donc 12 hausses de 3 % vont conduire à une évolution plus importante qu'une hausse de 36 %.

2. a) Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 36% est 1,36. Par ailleurs, il est aussi égal à $\left(c_{\text{moyen}}\right)^{12} = \left(1 + \text{t}_{\text{moyen}}\right)^{12}$, d'où l'égalité demandée.

b) On a donc $1 + t_{\text{moyen}} = 1{,}36^{\frac{1}{12}}$

et $t_{\text{moyen}} = 1{,}36^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0{,}025\,96$.

c) Le taux d'évolution moyen mensuel est donc d'environ 2,596 %.

B ▶ Généralisation

1. $c_{\text{global}} = 1 + t_{\text{global}}$.

2. $c_{\text{global}} = \left(1 + t_{\text{moyen}}\right)^n$

3. On a $(1+t_{\text{moyen}})^n = 1 + t_{\text{global}}$

donc $t_{\text{moyen}} = (1+t_{\text{global}})^{\frac{1}{n}} - 1$.

4. $t_{\text{moyen}} = (1+0{,}02)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0{,}001\,7$

5. Le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{1+t}$, donc $t_{\text{moyen}} = \left(\frac{1}{1+t}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$.

Exercices résolus

À vous de jouer

p. 83-85

1 1. $u(0) = \frac{2^{0+2}}{4^0} = 4$; $u(1) = 2$; $u(2) = 1$.
$v(0) = (0+1)^2 = 1$; $v(1) = 4$ et $v(2) = 9$.

2. $\frac{u(2)}{u(1)} = \frac{1}{2} = \frac{u(1)}{u(0)}$ et $\frac{v(2)}{v(1)} = \frac{9}{4} \neq \frac{4}{1} = \frac{v(1)}{v(0)}$.

Seule u pourrait être géométrique.

2 1. Diminuer de 2 % revient à multiplier par $1 - \frac{2}{100} = 0{,}98$. Cela correspond à une croissance exponentielle.
2. La hauteur est multipliée par 2 chaque semaine, on a bien une croissance exponentielle.

3 a) $u(n) = 1 \times 8^n = 8^n$
b) $u(n) = 0{,}8 \times (-3)^n$
c) $u(n) = 3 \times 0{,}5^{n-1}$

4 a) $u(n) = 2 \times 5^n$
b) $u(n) = 5 \times 0{,}4^{n-1}$
c) $u(n) = 1{,}5 \times 7^n$

5 a) $0{,}5^{4{,}7}$ b) $8^{0{,}1}$ c) $5^{23{,}5}$ d) $3^{4{,}5}$

6 a) $21^{2{,}5}$ b) $5^{-1{,}7}$
c) $6^{5{,}5}$ d) $8^{4{,}3}$

7 1. $1{,}05^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0{,}00407$: la hausse mensuelle moyenne est de 0,407 %.
2. $0{,}6^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}15657$: la baisse moyenne est de 15,657 %.

8 a) $t_{\text{moyen}} = \left(1 + \frac{30}{100}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 9{,}1\%$

b) $t_{\text{moyen}} = \left(1 - \frac{25}{100}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx -6{,}9\%$

c) $t_{\text{moyen}} = \left(1 + \frac{4{,}3}{100}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 \approx 2{,}1\%$

Exercices résolution de problèmes

p. 86

9 1. En notant f cette valeur au bout de t année, on a $f(t) = 200\,000 \times 2^t$.
2. Elle serait de :
$f(4{,}25) \approx 3\,805\,462{,}77$ euros.

10 1. Au bout de t mois, la quantité restante (en millions) est de $f(t) = 22 \times 0{,}99^t$.
2. Il resterait $f(2{,}5) \approx 21{,}45$ millions de tonnes de charbon.

11 $\left(\frac{10\,609}{10\,000}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1{,}03$. On peut donc modéliser le montant disponible au bout de t années par $f(t) = 10\,000 \times 1{,}03^t$.

Exercices automatismes

p. 87

Rituel 1

12 Il est de 31,5 euros.

13 Le maximum est de 4, atteint en $x = 2$.

14 C'est à partir de $x = 1$.

15 f est décroissante sur $[-1\,;0]$ et croissante sur $[0\,;2]$.

Rituel 2

16 Il y en a 330.

17 Il y a $\frac{6}{0{,}1875} = 32$ élèves.

18 L'axe des abscisses correspond aux heures, l'axe des ordonnées correspond à la température.

19 Chaque graduation correspond à 1 h sur l'axe des abscisses, à 1 °C sur l'axe des ordonnées.

Rituel 3

20 Une baisse de 44 %.

21 Une baisse de 20 %.

22 $\frac{6}{35} \times \frac{21}{2} = \frac{9}{5}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

23 15,3

Rituel 4

24 $1{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}84$: c'est donc une baisse de 16 %.

25 Il faut une hausse de 100 %.

26 $x = 0{,}5$ ou $x = -0{,}5$.

27 Il n'y a pas de solution.

27 $x = 0$.

Exercices d'entraînement p. 88-93

Je consolide mes acquis

29 $f(1) = -4$ et $f(-2) = 14$.

30 **1.**

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	12	12	10	6	0	-8

2. Voir calculatrice.
3. $f(x) = 6$ pour $x = 2$
et $f(x) > 6$ pour $x \in [-1\,;2[$.

31 **a)** 7^7 **b)** 2^2
c) a^{10} **d)** 242

32 **a)** $t = 76$ % **b)** $t = 4$ %
c) $t = -64$ % **d)** $t = 33{,}1$ %

33 **a)** $t = -20$ % **b)** $t = 60$ %
c) $t = 300$ % **d)** $t = 100$ %

34

x	0		3		$+\infty$
Variation de f	0,3	↗	2	↘	

x	0		$+\infty$
Variation de g	1	↗	

x	0		2		$+\infty$
Variation de h	0	↘	-1	↗	

Questions de cours

35 Une suite $(u(n))$ est géométrique s'il existe un nombre q tel que $u(n+1) = q \times u(n)$ pour tout entier n.

36 Si $q > 1$, u est croissante.
Si $0 < q < 1$, u est décroissante.

37 **a)** $a^x \times a^y = a^{x+y}$ **b)** $(a^x)^y = a^{xy}$
c) $a^x \times b^x = (ab)^x$ **d)** $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

38 $t_{\text{moyen}} = (1 + t_{\text{global}})^{\frac{1}{n}}$.

Suite géométrique : définition

39 $u(0) = 0{,}5\,;u(1) = -1\,;u(2) = 2\,;$ $u(3) = -4$.

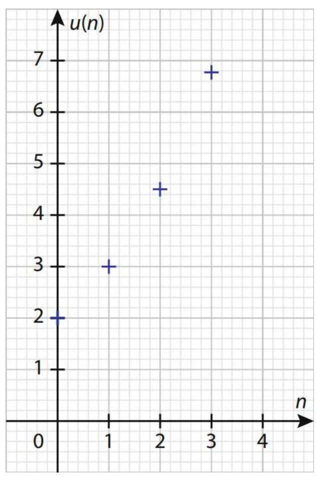
40 $v(1) = 750\,;v(2) = 150\,;v(3) = 30\,;$ $v(4) = 6$.

41 **1.** $u(2) = 16$ et $u(4) = 256$.
2. $u(n+1) = 4u(n)$.

42 **a)** 27 et 81 car $\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = 3$.
b) 6 et 3 car $\frac{24}{48} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.
c) 54 et -162 car $\frac{6}{-2} = \frac{-18}{6} = -3$.
d) $\frac{1}{27}$ et $\frac{1}{81}$ car $\frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.
e) $\frac{27}{8}$ et $\frac{81}{16}$ car $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$.

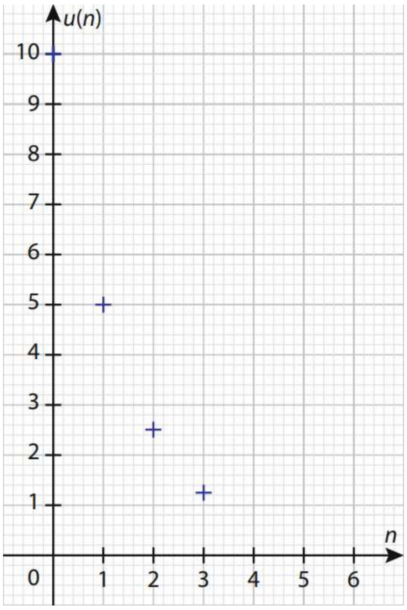
43 $w(3) = 20$ et $w(1) = 5$.

44



45 **1.** $u_0 = 10$; $u_1 = 5$; $u_2 = 2{,}5$; $u_3 = 1{,}25$.

2.



Croissance exponentielle discrète

46 **a)** Non, car $\frac{8}{4} = 2 \neq \frac{12}{8} = 1{,}5$.
b) Non, car $\frac{4}{2} = 2 \neq \frac{6}{4} = 1{,}5$.
c) Non, car $\frac{5}{-1} = -\frac{1}{2} \neq \frac{2{,}5}{5} = \frac{1}{2}$.
d) Oui (raison $-\frac{1}{3}$).

47 **a)** Oui (multiplication par 1,5).
b) Oui (multiplication par 2).
c) Oui (multiplication par 0,7).
d) Non.

48 **a)** Le salaire est multiplié par 1,01 chaque année : il s'agit d'une croissance exponentielle.
b) Le nombre de page restante est multiplié par 0,9 chaque jour : il s'agit d'une croissance exponentielle.
c) Le montant disponible augmente de 50 euros chaque mois : il s'agit d'une croissance linéaire.
d) Le nombre est multiplié par deux chaque semaine : il s'agit d'une croissance exponentielle.
e) Le nombre de chômeurs augmente d'un même nombre chaque année. Il s'agit d'une croissance linéaire.

49 **1.** $u_0 = 0$; $u_1 = 5$; $u_2 = 14$ et $u_3 = 27$.
$v_0 = \frac{1}{5}$; $v_1 = \frac{4}{25}$; $v_2 = \frac{16}{125}$ et $v_3 = \frac{64}{625}$.
$w_0 = 4$; $w_1 = 8$; $w_2 = 12$ et $w_3 = 16$.
$r_0 = 2$; $r_1 = 4$; $r_2 = 8$ et $r_3 = 16$.
2. u n'est ni arithmétique ni géométrique.
v est géométrique mais pas arithmétique.
w est arithmétique mais pas géométrique.
r est géométrique mais pas arithmétique.
3. v et r suivent une croissance exponentielle.
w suit une croissance linéaire.

Terme général d'une suite géométrique

50 **a)** $u(n) = -3 \times 3^n = -3^{n+1}$
b) $v(n) = 10 \times (-4)^{n-1}$
c) $s(n) = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

51 **a)** $w(n) = 5 \times 0{,}6^n$
b) $r(n) = 8 \times (-\frac{1}{2})^{n-1}$
c) $t(n) = \sqrt{2}^{n-1}$

52 **a)** $u(n) = 2 \times 3^n$
b) $u(n) = -0{,}5^{n-1}$

53 **a)** $u_n = 4 \times (-2)^n$
b) $u_n = 10^{n-1}$
c) $u_n = 20 \times (\frac{1}{3})^n$

54 **1.** $u_{n+1} = 2u_n$
2. $u_n = 3 \times 2^n$
3. $u_5 = 3 \times 2^5 = 96$

Sens de variations d'une suite géométrique

55 **a)** $2 > 1$, donc u est croissante.
b) $1{,}5 > 1$, donc v est croissante.

56 **a)** $0 < 0{,}7 < 1$, donc w est décroissante.
b) $0 < \frac{2}{3} < 1$, donc t est décroissante.

57 **a)** $4 > 0$, donc u est croissante.
b) $0 < 0{,}75 < 1$, donc v est décroissante.

58 **a)** $\frac{4}{3} > 1$, donc w est croissante.
b) $0 < \frac{1}{2} < 1$, donc r est décroissante.

59 $5 < \frac{20}{3}$, donc u est croissante.

60 v et t sont décroissantes.

61 **1.** La raison est de $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{6}{7}} = \frac{49}{48}$.
2. $\frac{49}{48} > 1$, donc u est croissante.

Fonctions exponentielles

62 **1.** $f(0) = 4$ et $f(3) = 32$.
2. $f(1{,}5) \approx 11{,}31$.

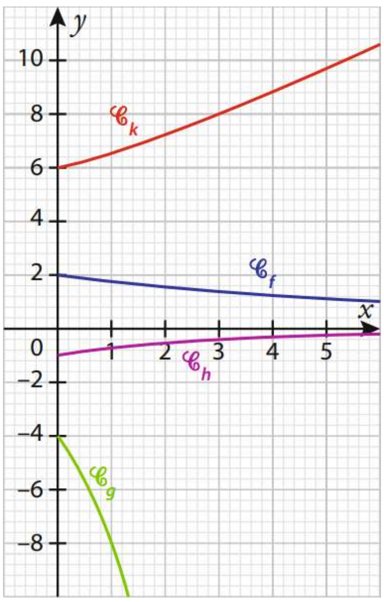
63 **1.** $f(0) = 10$ et $f(-1) = 50$.
2. $f(0{,}5) \approx 4{,}472$ et $f\left(\frac{1}{3}\right) \approx 5{,}848$.

64 **a)** $k = 5$ et $a = 0{,}5$, donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
b) $k = \frac{1}{2}$ et $a = 3$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
c) $k = 2$ et $a = 1{,}05$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
d) $k = 1$ et $a = 6$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
e) $k = 4$ et $a = 0{,}3$, donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
f) $k = 1$ et $a = 0{,}7$, donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

65 **a)** $3 > 1$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}+$.
b) $0 < 0{,}4 < 1$, donc g est décroissante sur $\mathbb{R}+$.
c) $0 < \frac{2}{3} < 1$, donc h est décroissante sur $\mathbb{R}+$.
d) $4 > 1$, donc k est croissante sur $\mathbb{R}+$.

66 Les expressions possibles sont $6 \times 0{,}7^x$ et $\left(\frac{7}{8}\right)^x$.

67



68

x	0	+∞
Variation de f	2 ↘	

x	0	+∞
Variation de g	−4 ↘	

x	0	+∞
Variation de h	1 ↘	

x	0	+∞
Variation de k	−10 ↘	

69 **1.** $f(0) = 0{,}4$ et $f(1) = 0{,}6$.
2. $k = f(0) = 0{,}4$ et $f(1) = k \times a = 0{,}4a$, d'où $a = 1{,}5$.

70 f est représentée par C_2 ; g est représentée par C_3 et h par C_1.

71 $k = 2$ et $a = 0{,}75$.

Propriétés algébriques

72 a) 2^6 b) 3^{y-4}
c) 5^{2x} d) $0,7^6$

73 a) $2^{5,5}$ b) $3^{1,5}$
c) $0,6^3$ d) 4^x
e) $3^{3,5}$ f) $z^{3,4}$

74 a) $21^{3,1}$ b) $2^{-0,3}$
c) $5^{1,6}$ d) $3^{4,6}$
e) $4^{7,2}$ f) $13^{-0,1}$

75 1. $h(x) = 0{,}96^x$
2. $0 < 0{,}96 < 1$, donc h est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

Équations $x^n = c$

76 a) $x = 4$ b) $x = 3$
c) $x = 0{,}5$ d) $x = 5$

77 a) $x = 5^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}71$
b) $x = 20^{\frac{1}{4}} \approx 2{,}11$

78 1. $x^4 = \frac{1}{5}$ donc $x = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}669$
2. $x^3 = \frac{2}{3}$ donc $x = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}874$

79 1. $\frac{u_4}{u_1} = q^3$ donc $q^3 = 1{,}520\,875$
2. $q = 1{,}15$ et $u_2 = 9{,}2$ et $u_3 = 10{,}58$ et $u_0 = \frac{160}{23}$.

80 La raison est de $\left(\frac{4{,}05}{0{,}8}\right)^{\frac{1}{4}} = 1{,}5$.

81 $(1+t)^5 = 1{,}1048$, d'où $t \approx 2$ %.

Taux moyen

82 a) $t \approx 2{,}83$ % b) $t \approx -5{,}43$ %
c) $t \approx 0{,}60$ % d) $t \approx -11{,}34$ %

83 $t = \left(1 + \frac{21}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 1{,}1$ donc le taux moyen est une hausse de 10 %.

84 **Esprit critique**
12 hausses de 3 % correspondent à une hausse supérieure à 36 %.

Cet exercice fait travailler l'esprit critique car il met en discussion les représentations trompeuses des pourcentages, souvent reprises dans les médias.

85 $t \approx (2)^{\frac{1}{10}} - 1 \approx 7{,}1$ %

86 1. $t \approx \left(1 + \frac{20}{100}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 \approx 1{,}84$ %
2. Il y aurait 10 184 habitants.

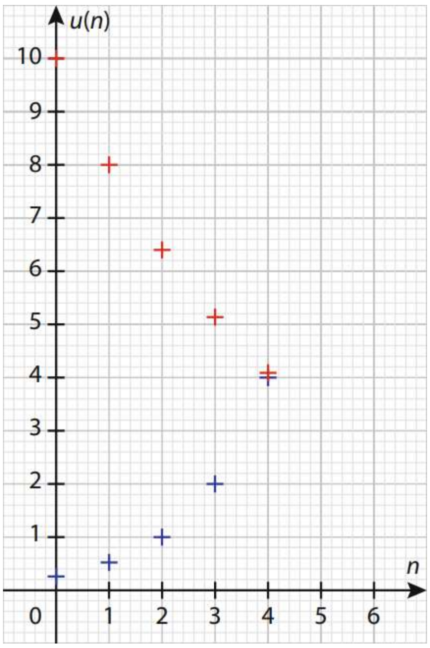
87 $t = \left(\frac{6{,}05}{5{,}3}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 4{,}5$ %.

Déterminer un seuil

88 1. $u_0 = 3^0 = 1\,;\, u_1 = 3\,;\, u_2 = 9\,;$ $u_3 = 27$ et $u_4 = 81$.
2. $n = 5$
3. $n = 7$

89 1. $v(0) = 10$ et $v(4) = 6{,}561$
2. $n = 7$.

90 1. $u_0 = 0{,}25\,;\, u_1 = 0{,}5\,;\, u_2 = 1\,;\, u_3 = 2$ et $u_4 = 4$
$v_0 = 10\,;\, v_1 = 8\,;\, v_2 = 6{,}4\,;\, v_3 = 5{,}12$ et $v_4 = 4{,}096$.
2.



3. $n = 5$.

91 1. Voir calculatrice.
2. C'est le cas à partir de $x = 4$.

92 Avec la calculatrice, on trouve que c'est le cas au bout de 8 jours.

Modélisations

93 **1.** $f(x) = k \times a^x$

2. $f(0) = k \times a^0 = k$ et $f(0) = 1\,000$, donc $k = 1\,000$.

3. $\frac{f(1) - f(0)}{f(0)} = \frac{k \times a - k}{k} = a - 1$ d'où $a = 1{,}2$.

$f(x) = 1\,000 \times 1{,}2^x$

4. $f(2) = 1\,440$ et $f(2{,}5) \approx 1\,577$.

Il y aurait 1 440 abonnés en janvier 2025 et 1 577 abonnés en juillet 2025.

94 **1. a)** (a_n) suit une croissance linéaire.

b) $a_{n+1} = a_n + 4\,000$.

c) Il serait de 36 000 euros.

2. a) (b_n) suit une croissance exponentielle.

b) $b_{n+1} = 1{,}15 b_n$

c) Les dépenses seraient de 34 980 euros environ.

3. Avec la calculatrice, on trouve que ce serait le cas en 2028.

95 **1.** Il imagine une croissance exponentielle.

2. $u_n = 11 + 11n$ et $v_n = 11 \times 2^n$.

3. Une croissance exponentielle sera à terme plus rapide qu'une croissance linéaire : par conséquent, selon ce modèle, il n'y aurait pas assez de nourriture pour nourrir toute la population.

Or cela ne s'est pas passé ainsi, le modèle a donc ses limites.

96 **1. a)** $(u(n))$ est une suite géométrique.

b) $u(n) = 2 \times 1{,}5^n$

c) Ce sera le cas au bout de 4 jours.

2. a) Graphiquement, le seuil est atteint entre $x = 4$ et $x = 5$.

b) Il y a 2 500 bactéries au bout de 12 h.

97 **1. a)** Il s'agit d'une croissance exponentielle.

b) Au bout de deux demi-vie, soit au bout de 16 jours.

c) $t = 0{,}5^{\frac{1}{8}} - 1 \approx -8{,}29\ \%$

d) $f(t) = N_0 \times 0{,}917^t$

2. a)

t	0	5	10	15	20	25	30
$g(t)$	800	519	336	218	141	92	59

b)

c) C'est le cas au bout de 31 jours.

98 **1. a)** Il y en a 3 ; 12 ; 48 et 192.

b) Il est de 3×4^n.

2. a) Elle est de 1 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{27}$.

b) Elle est de $\frac{1}{3^n}$.

3. a) Le périmètre est de $3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$.

b) Le périmètre suit une progression géométrique de raison $\frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3} > 1$, donc le périmètre augmente.

c) C'est le cas à l'étape 4.

À chacun son rythme

L'énoncé A fait intervenir des calculs simples sans formalisation ni introduction de suite, mais demande de comprendre les différents types d'évolution.

L'énoncé B introduit l'utilisation de suites, un terme général de suite et un calcul plus évolué.

L'énoncé C demande aux élèves de comparer l'évolution de deux suites sans indication et de déterminer un seuil, ce qui nécessite beaucoup d'autonomie.

99 **Énoncé A**

1. Il y aurait 1 120 voitures électriques en 2024 et 1 254 en 2025.

2. Il y aurait 1 630 places en 2024 et 1 760 places en 2025.

3. Le nombre de voitures électriques suit une croissance exponentielle et le nombre de places de parking suit une croissance linéaire.

Énoncé B

1. u est une suite géométrique.

2. $u(n) = 1\,000 \times 1{,}12^n$

3. Ce sera le cas au bout de 7 ans, en 2030.

4. Il y aurait 21 324 voitures électriques en 2050. Cela n'est pas réaliste, la modélisation n'est plus adaptée.

Énoncé C

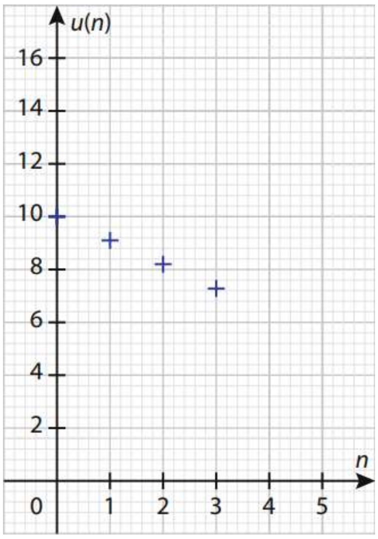
1. Le nombre de voitures dépassera le nombre de places de parking en 2032.
2. Il faudrait 5 366 places en 2040, donc 316 places de parkings créées chaque année.

Exercices de synthèse

p. 94

100 Étude d'une suite

1. $u(1) = 9$ et $u(2) = 8{,}1$ d'où $u(3) = 7{,}29$.
2. $u(n) = 10 \times 0,9^n$
3. $0 < 0{,}9 < 1$, donc u est décroissante.
4.



5. C'est le cas à partir de $n = 7$.

101 Cours du blé

1. $f(0) = 300 = k$.
2. $f(1) = k \times a = 350$, donc $a = \frac{350}{300} = \frac{7}{6}$.
3. Il serait de $f(3{,}5) = 300 \times \left(\frac{7}{6}\right)^{3{,}5}$
$\approx$ 515 euros.

102 Pour une raison inconnue

1. $q = 3$
2. $u_{11} = 885\,735$ et $u_9 = 98\,415$.

103 Désintoxication

1. Une baisse de 4,5 % correspond à une multiplication par 0,955, soit une décroissance exponentielle.
2. $k = 30$ et $a = 0{,}955$.
3. La concentration est d'environ 29,3 µg/L.
4. f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.
5. Ce sera le cas au bout de 16 jours.
6. Il sera hors de danger au bout de 42 jours.

104 Épargnes

1. a) $u(1) = 21\,000$ et $u(2) = 22\,050$.
b) $u(n+1) = 1{,}05u(n)$
u est une suite géométrique.
c) $u(n) = 20\,000 \times 1{,}05^n$
d) Il devra le laisser durant 15 ans.
2. a) Il disposera de 22 400 euros.
b) v est une suite arithmétique de raison 1 200 et de premier terme $v(0) = 20\,000$.
c) $v(n) = 2\,000 + 1\,200n$.
3. Il faut lui conseiller la deuxième formule s'il compte retirer son épargne avant la neuvième année.

105 Réduction de déchets

1. a) Ce serait une baisse d'environ 20 %.
b) La taux annuel moyen serait d'environ 2 %.
2. a) u est géométrique de raison 0,98 et de premier terme $u(0) = 4{,}9$.
b) $u(n) = 4{,}9\times\ 0{,}98^n$
c) Ce sera le cas en 2052.

Exercices d'approfondissement

p. 95-96

106 Datation au carbone 14

1. $f(0) = 10$ et $f(5\,730) = 5$.
2. $k = 10$ et $a \approx 0{,}999\,879$
3. Elle serait de 2,98 µg.
4. Il daterait de 16 860 ans.

107 Interpolation

1. a) Elle serait de 14 796.
b) Elle serait de 14 795.
2. Selon les deux modèles, ce serait le cas en 2042.

108 Suite auxiliaire

1. $u(1) = 13$ et $u(2) = 61$.
2. $u(2) - u(1) = 48 \neq u(1) - u(0) = 12$.
$\frac{u(2)}{u(1)} = \frac{48}{13} \neq \frac{u(1)}{u(0)} = 13$, donc u n'est ni arithmétique ni géométrique.
3. a) $v(0) = 4$
b) $v(n+1) = 4u(n) + 9 + 3$
$= 4(u(n) + 3) = 4v(n)$, donc v est géométrique de raison 4.
c) $v(n) = 4^{n+1}$
d) $u(n) = 4^{n+1} - 3$

109 Taux de reproduction d'un virus

A ▶ 1. $u_1 = 60 \times 1{,}4 = 84$

$u_2 = 117{,}6$ et $u_3 = 164{,}64$.

2. $u_{n+1} = 1{,}4 \times u_n$

3. u est géométrique de raison 1,4.

4. Selon cette modélisation, le nombre de maladies va dépasser n'importe quel seuil, alors que le nombre de personnes pouvant être infecté n'est pas infini.

B ▶ 1. $u_{n+1} = R_0 \times u_n$.

2. Si $R_0 > 1$, u est croissante.

Si $0 < R_0 < 1$, alors u est décroissante.

110 Propagation d'une rumeur

Dans le premier cas, l'information disparaît immédiatement.

Dans le deuxième cas, l'information disparaît au bout d'une ou de deux transmission.

Dans le dernier cas, l'information est répercutée de façon exponentielle et s'amplifie.

111 Télétravail

1. $u_1 = 0{,}85 \times u_0 + 450 = 620$ et $u_2 = 977$.

2. $u_{n+1} = 0{,}85u_n + 450$

3. a) $v_{n+1} = 0{,}85u_n + 450 - 3\,000$

$= 0{,}85(u_n - 3\,000) = 0{,}85v_n$, donc v est géométrique de raison 0,85.

b) $v_n = -2\,800 \times 0{,}85^n$

et $u_n = 3\,000 - 2\,800 \times 0{,}85^n$.

c) Ce sera le cas au bout de 11 ans, soit en 2033.

112 Suite particulière

1. $u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{4^{n+2}}$

2. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{4} = 0{,}5$

Donc u est géométrique de raison 0,5 et de terme initial $u_0 = \frac{1}{4}$.

113 Absorbance

1. Au bout de 0 minute, elle est de 1,2.

Au bout de 2 minutes, elle est de 1,313.

Au bout de 4 minutes, elle est de 1,458 607 5.

2. Toutes les deux minutes, l'absorbance est multipliée par 1,44. Par ailleurs, l'expression de la fonction fait penser à une fonction exponentielle.

3. $\frac{f(t+h)}{f(t)} = 1{,}05^h$.

Au bout d'une période de durée h, l'absorbance est multipliée par le même nombre. On peut en déduire que la fonction f modélise bien une croissance exponentielle.

Vers les Maths complémentaires

114 Avec une suite auxiliaire

1. $u_1 = 5$ et $u_2 = 17$ donc $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$ et $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$, donc u n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. a) $v_{n+1} = 3u_n + 2 + 1 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ donc v est géométrique.

b) $v_n = 2 \times 3^n$ et $u_n = 2 \times 3^n - 1$

c) C'est le cas à partir de $n = 4$.

115 Seuil et Python

1. Il renvoie 11.

2.

```
def v(n):
    v=4/(2*n+1)
    return(v)
```

3.

```
def seuil():
    u=u(0)
    n=0
    while u<1000:
        n=n+1
        u=u(n+1)
    return n
```

116 Variations

1. $u_1 = -2$ et $u_2 = -4$

2. u semble décroissante.

3. $v_{n+1} = -u_{n+1} = -(-2v_n) = 2v_n$

$2 > 1$, donc v est croissante.

Donc $v_{n+1} \geq v_n$ et $u_{n+1} \leq u_n$,

donc u est décroissante.

117 Une formule pour une somme

1. $(1-q)(1+q+q^2+\cdots+q^n) = 1 - q^{n+1}$

2. On déduit l'égalité demandé en divisant chaque terme par $1 - q$ qui est non nul.

3. a) $u_n = u_0 \times q^n$

b) $u_0 + \cdots + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

118 Et maintenant des sommes

a) $2^9 - 1 = 511$ **b)** 364

c) $2 \times (1 - 0{,}5^{11})$ **d)** $\frac{(4^{n+1}-1)}{3}$

e) $3^{n+1} - 1$

Préparer le contrôle
Je me teste p. 98

Objectif 1 Utiliser les suites géométriques

119 D **120** A **121** C
122 C

Objectif 2 Utiliser les fonctions exponentielles

123 C **124** B **125** B
126 C

Objectif 3 Modéliser

127 B **128** C **129** B

Objectif 4 Déterminer un taux moyen

130 B **131** B **132** B
133 D

Préparer le contrôle
Je m'entraîne p. 99

Objectif 1 Utiliser les suites géométriques

134 $u(1) = 25$; $u(2) = 12{,}5$
et $u(4) = 3{,}125$.

135 1. $\frac{5}{2} > 1$, donc w est croissante.
2. $w(n) = \left(\frac{5}{2}\right)^n$
3. $n = 6$

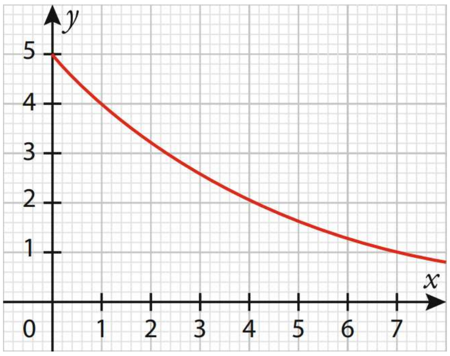
136 1. La raison est 3.
2. $u(n) = 4 \times 3^{n-1}$

Objectif 2 Utiliser les fonctions exponentielles

137 a) $3^{7{,}2}$ b) $5^{-0{,}5}$ c) $35^{2{,}5}$

138 1. $f\left(\frac{1}{4}\right) \approx 4{,}73$
2. f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

3.



139 1. $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0{,}2 \times 2 = 0{,}4$
2. f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ et g est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.
3. $x \in [1{,}7\,;+\infty[$
4. $h(x) = 2 \times 7{,}2^x$.

Objectif 3 Modéliser

140 a) La concentration est de 3,5 µg/L.
b) La concentration est environ de 4,18 µg/L.

141 1. $u(n) = 50 \times 1{,}15^n$
2. Ce sera le cas au bout de 5 ans.

142 1. $f(t) = 100 \times 1{,}05^t$
2. a) Il serait de $f(0{,}5) = 100 \times 1{,}15^{0{,}5}$ $\approx 102{,}47$ euros.
b) Il serait de $f\left(\frac{1}{12}\right) \approx 100{,}4$ euros environ.

Objectif 4 Déterminer un taux moyen

143 a) $x \approx 1{,}817$ b) $x \approx 0{,}833$

144 Le taux est d'environ $0{,}48$ %.

145 Il doit viser $\left(\frac{1}{0{,}7}\right)^{\frac{1}{5}} - 1 \approx 0{,}074$,
soit une hausse annuelle d'environ $7{,}4$ %.

Chapitre 5 Variation instantanée ↪Manuel p. 100-117

Commentaires pédagogiques

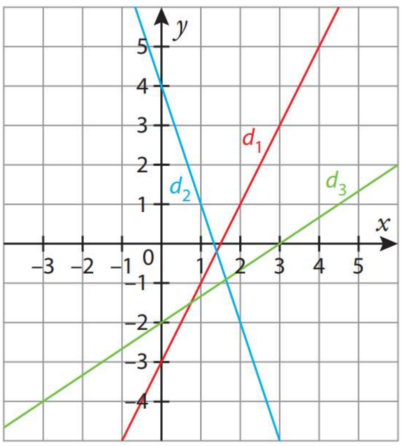
L'objectif de ce chapitre est d'introduire la notion de variation instantanée liée à la tangente à une courbe, au nombre dérivé et à la vitesse.
Pour cela, on utilisera les notions de droite, de fonction affine, de coefficient directeur et de lecture graphique.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
- chercher graphiquement les coefficients directeurs de droites.
- calculer des coefficients directeurs de droites.
- représenter des tangentes à une courbe représentative d'une fonction.
- modéliser des évolutions et les interpréter en termes de vitesse.

Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 101

1 Tracés



2 Image et antécédent

a) $f(-3) = -2, f(-10)$ n'existe pas et $f(-4) = 1$
b) L'antécédent de -3 est -2.
Les antécédents de 2 sont -5 et 2.
6 n'a pas d'antécédent.

3 Lecture graphique

Pour $d_1 : m = -2, p = 0$ et $y = -2x$.
Pour $d_2 : m = 0, p = -3$ et $y = -3$.
Pour $d_3 : m = -\frac{3}{4}, p = 2$ et $y = -\frac{3}{4}x + 2$.
Pour $d_4 : m = 3, p = -1$ et $y = 3x - 1$.
Pour $d_5 : m = \frac{2}{5}, p = -2$ et $y = \frac{2}{5}x - 2$.

4 Coefficient directeur par le calcul

a) $m = 1$ **b)** $m = -\frac{3}{2}$ **c)** $m = 1$ **d)** $m = 0$

5 Équation réduite

a) $y = x + 1$ **b)** $y = -\frac{3}{2}x + 2$
c) $y = x + 4$ **d)** $y = -3$

Activités p. 102-103

1 Sécante ou tangente

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif** : découvrir des droites particulières en lien avec une courbe représentative de fonction.

A ▶ Sécante

1. c) La forme semble être une droite.
2. c) A(1 ; 1) et B(4 ; 16) donnent $m = 5$.
e) La droite semble frôler la courbe.

B ▶ Tangente

2. Elles sont confondues

2 Courbe et tangentes

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif :** découvrir le lien entre tangente, courbe et coefficient directeur.

4.

Abscisse de A	-4	-3	-1	0
Coefficient directeur de la tangente en A	8	5	−3	−4

Abscisse de A	1	3	4
Coefficient directeur de la tangente en A	–3	5	8

5. Les abscisses possibles sont 2 et -2.
6. $m = a^2 - 4$

3 Vitesse moyenne et vitesse instantanée

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif :** faire le lien avec la notion de vitesse en physique.

1. Au bout de 5 s, la position est 9,25 m et, au bout de 6 s, c'est 15 m.
2. La vitesse moyenne est 5,75 m/s.
3.

t	5,1	5,01	5,001	5,0001
$\dfrac{x(t) - x(5)}{t - 5}$	3,93	3,77	3,75	3,75

4.

t	6,1	6,01	6,001	6,0001
$\dfrac{x(t) - x(6)}{t - 6}$	8,25	8,03	8	8

5. La vitesse instantanée à 5 s est 3,75 m/s et, à 6 s, c'est 8 m/s.

4 Coût marginal et coût moyen

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif :** découvrir le lien avec l'économie.

1. Pour 20 réquerres, le coût est 46,80 € et, pour 30 réquerres, 42,20 €.
2. La diminution est de 4,60 €.
3. On obtient 13,20 € et 10,40 €, soit une diminution de 2,80 €.
4. Non.
5.

q	1	2	3	4	5
$C_m(q)$	2,8	4,6	5,8	6,4	6,4
q	6	7	8	9	10
$C_m(q)$	5,8	4,6	2,8	0,4	–2,6

6. On obtient les mêmes valeurs.

Exercices résolus
À vous de jouer
p. 105

1 Le nombre dérivé est 2.

2 Les nombres dérivés sont -10 et 0.

3 1. La vitesse instantanée est $-50°\text{C/h}$.
2. La température moyenne est d'environ 64,3 °C.

4 1. La vitesse instantanée est 0,075.
2. La vitesse de croissance est plus grande avant 2014.

Exercices résolution de problèmes
p. 106

5 La droite d_2 est la tangente en 2.

6 $g'(0) = -1$

7 La vitesse instantanée de la réaction est 0,2 mmol/s.

Exercices automatismes
p. 107

Rituel 1

8 Le parcours c a la plus grande croissance.

9 Une baisse de 9,1 %.

10 $\frac{312}{25}$

11 $\frac{3\,753}{250}$

Rituel 2

12 Son nouveau prix est de 33,60 €.

13 $x = -14$

14 La fonction est croissante sur [–2 ; 0], décroissante sur [0 ; 2,2], puis croissante sur [2,2 ; 3].

15 $1\,057 \times 10^7 \approx 10^{10}$ km
et 10 milliards de km = 10^{10} km.
Son calcul est cohérent.

Rituel 3

16 $\frac{9\pi}{2}$ cm^3

17 12

18 54,25

19 $\frac{3}{2}$

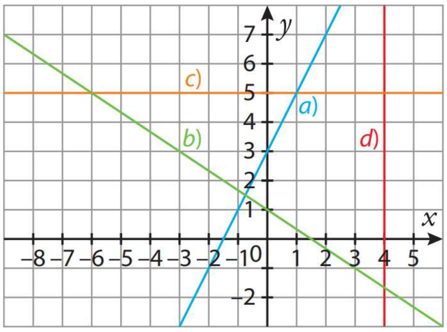
20 0,5

21 Environ $-1{,}8$.

Exercices d'entraînement p. 108-111

Je consolide mes acquis

22 Tracés de droites



23 Coefficient directeur

$m_1 = 3$; $m_2 = -\frac{1}{2}$; $m_3 = -1$; $m_4 = \frac{3}{4}$

24 Équations réduites

$d_1 : y = 3x$; $d_2 : y = -\frac{1}{2}x + 3$;

$d_3 : y = -x + 2$; $d_4 : y = \frac{3}{4}x - 2$

25 Vitesse

Dans l'ordre : ② – ④ – ⑤– ① – ③.

Questions de cours

26 **1.** Une droite qui coupe la courbe en deux points.
2. Une droite qui frôle la courbe en A.

27 Le taux d'accroissement vaut $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

28 **1.** Le coefficient directeur de la tangente à cette fonction en *a*.
2. $f'(a)$ représente la vitesse du mobile.

Taux d'accroissement

29 **1.** $f(-1) = -5$ et $f(2) = 4$.
2. Le taux d'accroissement vaut $\frac{4-(-5)}{2-(-1)} = 3$.

30 **1.** $f(2) = 12$; $f(3) = 21$;
$f(-5) = 5$ et $f(-4) = 0$.
2. Le taux d'accroissement entre 2 et 3 vaut $\frac{21-12}{3-2} = 9$.
3. Le taux d'accroissement entre –5 et –4 vaut $\frac{0-5}{-4-(-5)} = -5$.

31 **1.** $g(-2) = -\frac{1}{5}$; $g(0) = -\frac{1}{3}$;
$g(6) = \frac{1}{3}$ et $g(-6{,}1) = \frac{1}{3{,}1}$.
2. Le taux d'accroissement entre –2 et 0 vaut $\frac{-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{5})}{0-(-2)} = -\frac{1}{15}$.
3. Le taux d'accroissement entre 6 et 6,1 vaut $\frac{\frac{1}{3{,}1} - \frac{1}{3}}{6{,}1 - 6} = -\frac{1}{9{,}3}$.

32 **1.** $k(-2) = -4\sqrt{2}$; $k(-1) = -4\sqrt{3}$;
$k(5) = -12$ et $k(5{,}01) = -4\sqrt{9{,}01}$.
2. Le taux d'accroissement entre –2 et –1 vaut $\frac{-4\sqrt{3}-(-4\sqrt{2})}{-1-(-2)} = 4\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$.
3. Le taux d'accroissement entre 5 et 5,01 vaut $\frac{-4\sqrt{9{,}01}-(-12)}{5{,}01-5} = 1\,200 - 400\sqrt{9{,}01}$.

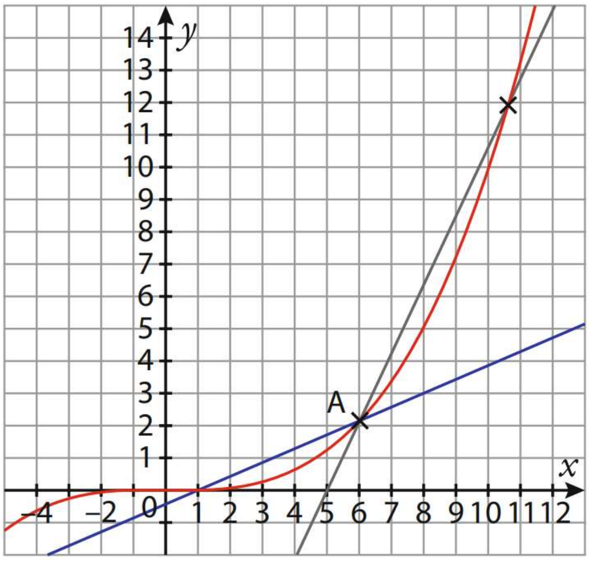
33 **1.** $h(-4) = \frac{5}{3}$; $h(-3) = \frac{3}{2}$;
$h(2) = \frac{7}{3}$ et $h(2{,}1) = \frac{7{,}2}{3{,}1}$
2. Le taux d'accroissement entre –4 et –3 vaut $\frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{3}}{-3-(-4)} = -\frac{1}{6}$.
3. Le taux d'accroissement entre 2 et 2,1 vaut $\frac{\frac{7{,}2}{3{,}1} - \frac{7}{3}}{2{,}1 - 2} = -\frac{1}{9{,}3}$.

34 **1.** $k(-6) = 3$; $k(-5) = \sqrt{8}$;
$k(-4) = \sqrt{7}$; $k(0) = \sqrt{3}$
et $k(0{,}1) = \sqrt{2{,}9}$.
2. Le taux d'accroissement entre –5 et –4 vaut $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{8}}{-4-(-5)} = \sqrt{7} - \sqrt{8}$.
3. Le taux d'accroissement entre 0 et 0,1 vaut $\frac{\sqrt{2{,}9} - \sqrt{3}}{0{,}1 - 0} = 10\sqrt{2{,}9} - 10\sqrt{3}$.
4. Le taux d'accroissement entre –6 et –5 vaut $\frac{\sqrt{8} - 3}{-5-(-6)} = -3 + \sqrt{8}$.

Reconnaître et tracer des tangentes et des sécantes

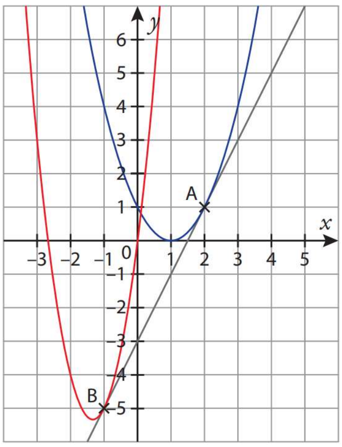
35 **1.** d_3 et d_4
2. d_1 en (4 ; 1)et d_2 en (–1 ; –0,25)

36



37 **1.** Non. **2.** Oui.

38



Nombre dérivé

39 **a)** $f(2) = 2$ **b)** $f'(2) = -5$

40 **1.** $f'(-1) = 3$ et $f'(1) = -1$
2. Au point (0,5 ; 2,25).

41 **1.** L'abscisse de A est 1, celle de B est 0,5 et celle de C est 0.
2. Les coefficients directeurs sont 4 et -2 pour les deux autres.
3. $f'(1) = 4$ et $f'(0,5) = f'(0) = -2$.

42 **a)** $f(1) = 0$; $f(4) = -9$ et $f(5) = -7$.
b) $f'(1) < 0$; $f'(4) = 0$ et $f'(5) > 0$.
c) Il y en a deux.
d) Les solutions sont 4 et environ –0,5.

43 **1.** Pour une longueur de 1 m et une hauteur de 2,6 m.
2. C'est là qu'il est le plus grand.

44 **1.** Voir calculatrice.
2. Le tableau de valeurs donne $f'(2) = 0$.

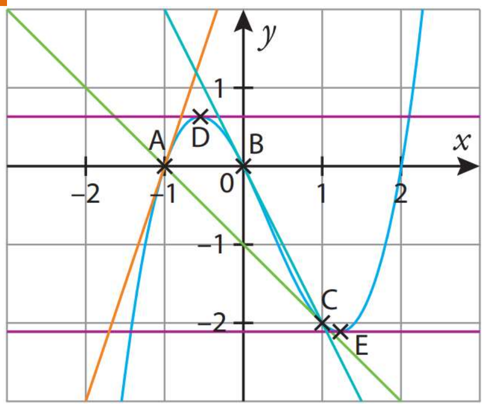
45 **1.** Voir calculatrice.
2. Le tableau de valeurs donne $f'(1) = -\frac{1}{2}$.

46 **1.** Voir calculatrice.
2. Le tableau de valeurs donne $f'(-2) = 2$.

47 **1.** Le taux d'accroissement entre 3 et 4 vaut –1.
2. Le taux d'accroissement entre 3 et 3,5, en fonction de $\sqrt{2}$, vaut $\frac{\sqrt{0,5}-1}{3,5-3} = \sqrt{2} - 2$.
3. Voir calculatrice.
4. On déduit que $f'(4)$ n'existe pas.

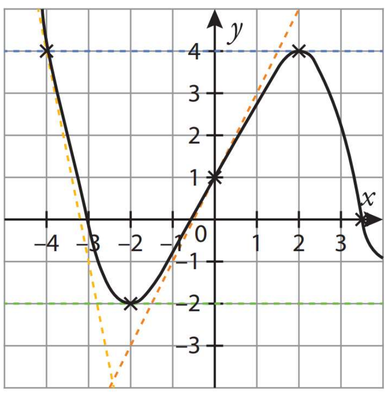
Utilisation du nombre dérivé

48



49 **a)** Faux **b)** Vrai
c) Vrai **d)** Faux

50



Modèle d'évolution

51 1. 500 m/min.
2. Au bout de 200 minutes.

52 1. **a)** La vitesse est 0,5 mg/L.
b) Après 8 h, elle est de –0,25 mg/L.
2. Pour $t = 3$.
3. Sur l'intervalle [0 ; 3].

53 1. La vitesse est 1,5.
2.

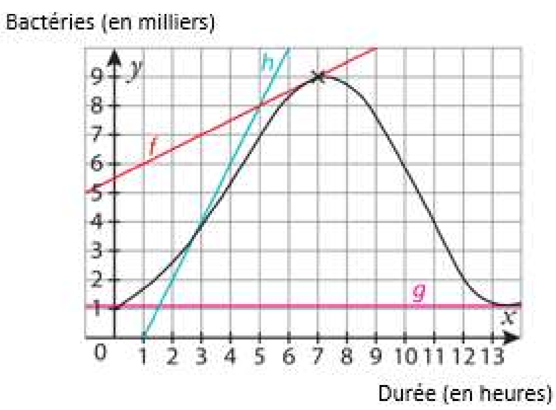
Intervalle de temps	$[0\,;10]$	$[30\,;50]$	$[50\,;100]$	$[100\,;400]$
Vitesse moyenne	1	2,5	4	$\frac{2}{3}$

3. C'est dans cet intervalle que l'évolution est la plus faible.

54 **Esprit critique**
1. La vitesse est 0,4 million/année.
2. L'émission a été la plus importante entre 2009 et 2013.
3. Le nombre dérivé est le plus grand.
4. Il semble que le nombre de bitcoins émis stagne.
5. Le nombre dérivé est proche de 0.

Cet exercice permet de montrer aux élèves que, contrairement à l'idée répandue, le nombre de bitcoins n'augmente pas sans cesse.

55



À chacun son rythme

L'énoncé A est plus précis que les énoncés B et C qui demandent davantage de capacités d'interprétation.

56 **Énoncé A**
1. La vitesse est 12,4 m/s.
2. $f'(20) = 10$; $f'(30) = 15$ et $f'(40) = 20$.

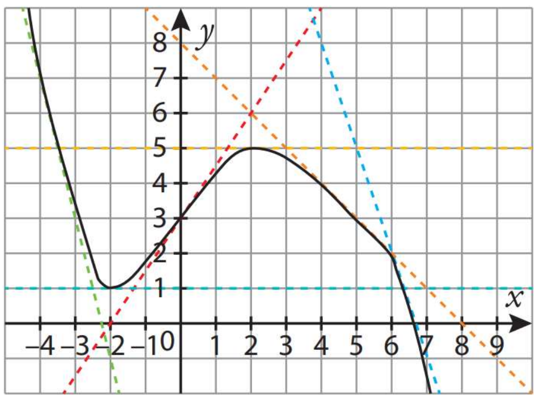
Énoncé B
1. La vitesse moyenne est 12 m/s.
2. La vitesse instantanée est 20 m/s.

Énoncé C
Cette voiture a la plus grande vitesse instantanée à 40 s.

Exercices de synthèse p. 112

57 **Radars**
1. Environ 2.
2. Soit 2 km/min, c'est-à-dire 120 km/h.
3. Oui.
4. **a)** À 12,5 min et à 42,5 min.
b) Soit 1 km/min ou 60 km/h.
c) Non.

58 **Courbe**



59 **Tangente et variation**
1. –0,25 ; –1 et –4.
2. $f'(-1) = -1$; $f'(0) = -\frac{1}{4}$ et $f'(-1{,}5) = -4$.

60 **Taux et tangente**
1. Le taux d'accroissement entre 3 et 5 vaut $\dfrac{-\frac{7}{4}-\left(-\frac{5}{2}\right)}{5-3} = \frac{3}{8}$.
2. Le taux d'accroissement entre 3 et 4 vaut $\dfrac{-2-\left(-\frac{5}{2}\right)}{4-3} = \frac{1}{2}$.
3. $f'(3) = \frac{1}{2}$

61 **Réactif chimique**

1. Entre les minutes 20 et 30.
2. À t = 0 min.
3. À t = 70 min.

Exercices d'approfondissement

p. 113-114

62 **Calcul infinitésimal**

1. Sur [0 ; 1] et sur [3 ; 4].
2. L'accélération est plus grande sur [0 ; 1] et sur [3 ; 4] que sur [1 ; 3].

63 **Tangente commune**

1. Non car la fonction f est décroissante.
2. Une solution (on peut le vérifier à l'aide d'une règle).

64 **Concavité**

La fonction racine est concave.
La fonction carré est convexe.

65 **Vitesse**

1. La vitesse de la voiture 3 augmente plus vite que celle de la voiture 2, qui elle-même augmente plus vite que celle de la voiture 1.
2. C'est le coefficient directeur de la tangente.
3. L'accélération de la voiture 3 augmente plus vite que celle de la voiture 2, qui elle-même augmente plus vite que celle de la voiture 1.

66 **À la calculatrice**

a	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(a)$	$-\frac{4}{7}$	-1	-2	-4	-4	-2	-1
$f'(a)$	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{5}{8}$	$-\frac{3}{2}$	-2	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{8}$

67 **Variations**

1. $\frac{b^2-6b-(a^2-6a)}{b-a} = \frac{b^2-a^2-6b+6a}{b-a}$
2. $\frac{(b-a)(a+b-6)}{b-a}$
3. **a)** $f(b)-f(a)<0$ **b)** $f(b)-f(a)>0$
4. La fonction est décroissante sur]−∞ ; 3], puis croissante sur [3 ; +∞[.

Vers les Maths complémentaires

68 **Évolutions**

1. À 12 ans : pour le poids des filles 3 kg/année et des garçons 4 kg/année, pour la taille des filles 9 cm/année et des garçons 8 cm/année.
À 17 ans : pour le poids des filles 2 kg/année et des garçons 1 kg/année, pour la taille des filles 1 cm/année et des garçons 2 cm/année.
2. Pour les filles entre 11 et 13 ans et pour les garçons entre 12 et 15 ans. C'est là où la vitesse moyenne est la plus élevée.
3. À 17 ans pour les filles et pour les garçons.

69 **Équation de la tangente**

1. L'ordonnée du point A est −3.
2. $y = 3(x-1)-3 = 3x-6$

70 **Nombre dérivé**

1. Le taux d'accroissement entre 3 et 3 + h vaut $\frac{\frac{1}{1+h}-1}{h} = -\frac{1}{1+h}$.
2. Le taux se rapproche de −1.
3. $f'(3) = -1$

71 **Coûts**

1., **2.** et **4.** Les valeurs sont :

q	1	2	3	4	5	6
$C(q)$	1,45	1,3	1,35	2,5	5,65	11,7
$C_M(q)$	1,45	0,65	0,45	0,63	1,13	1,35
$C_m(q)$	−0,15	−0,05	1,15	3,15	6,05	

3. Pour 3 objets.
5. Pour $q_0 = 2$.

72 **En physique**

1. $d(0) = 1$ m. **2.** $d(6) = 7$ m.
3. La vitesse moyenne est 1 m/s.
4. Les deux taux d'accroissement valent 0,0278.
5. La vitesse instantanée est 0,0278 m/s.
6. Sa vitesse stagne.

Préparer le contrôle
Je me teste

p. 116

Objectif 1 Utiliser des sécantes et des tangentes

73 B **74** A et C **75** B
76 C

Objectif 2 Lire et utiliser un nombre dérivé

77 A **78** C **79** D
80 D

Objectif 3 Modéliser une évolution

81 A et C **82** C **83** D

Préparer le contrôle

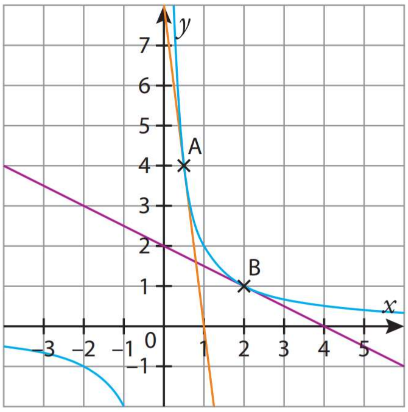
Je m'entraîne

p. 117

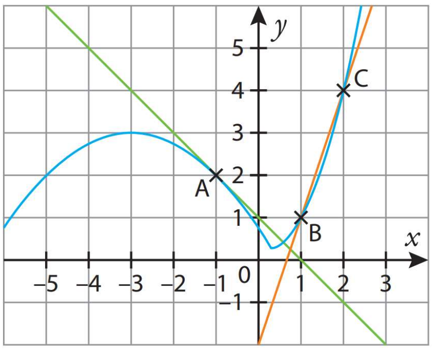
Objectif 1 Utiliser des sécantes et des tangentes

84 Le taux d'accroissement vaut $\frac{1}{3}$.

85



86

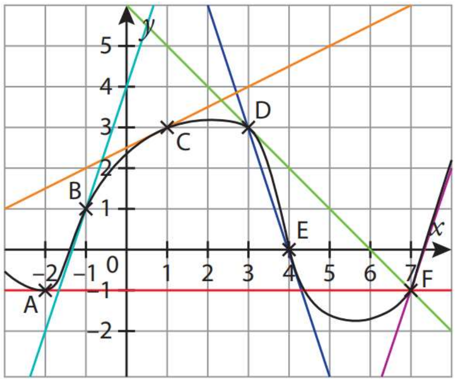


Objectif 2 Lire et utiliser un nombre dérivé

87 $f'(-1) = 1$ et $f'(2) = \frac{1}{2}$.

88 **1.** $g'(1) = 2$ **2.** $g'(-5) = -2$

89



Objectif 3 Modéliser une évolution

90 La population était de 300 grenouilles.

91 **1.** $\frac{15}{4}$ centaines de grenouilles/année
2. 3 centaines de grenouilles/année

92 Il semble se rapprocher de 0, ce qui signifie que la population de grenouilles reste stable.

93 Sur l'intervalle [2 ; 8] : l'évolution est très importante.

Chapitre 6 Variations globales

➥ Manuel p. 118-137

Commentaires pédagogiques

L'objectif de ce chapitre est de permettre à l'élève de comprendre la notion de fonction dérivée, puis d'établir le lien entre le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée sur un intervalle de son ensemble de définition. Ce lien permettra ensuite d'établir des tableaux de variations pour des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3, puis d'en déduire l'existence d'extremums éventuels.
Ainsi les activités réalisées à l'aide de logiciels de géométrie dynamique ou de calcul formel amènent l'élève à découvrir ces nouvelles notions et leurs propriétés avant de les formaliser en cours.
Les nombreux exercices d'entraînement de difficulté croissante sont articulés autour de trois objectifs :
– dériver une fonction polynôme à l'aide des propriétés du cours ou d'un logiciel de calcul formel ;
– étudier le sens de variation d'une fonction en établissant le signe de sa fonction dérivée à l'aide d'un tableau de signes ;
– déterminer un extremum par lecture et interprétation d'un tableau de variation complet.

Les capacités mises en jeu dans ce chapitre sont :
• calculer la dérivée d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à trois.
• déterminer le sens de variation d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à trois.

Corrigés des activités et exercices

Pour prendre un bon départ p. 119

1 Utiliser la tangente en un point

$f(-6) = 2$ et $f'(-6) = -1{,}5$
$f(3) = 4$ et $f'(3) = \frac{1}{4}$

2 Développer – Factoriser

1. a) $A(x) = 16x^2 + 40x + 25$
b) $B(x) = 4x^2 - 36$
c) $C(x) = -3(x^2 - 2x + 1)$
$= -3x^2 + 6x - 3$
2. a) $D(x) = x(x - 7)$
b) $E(x) = (x + 5)^2$
c) $F(x) = (2x - 7)(2x + 7)$

3 Étudier le signe

1. a)

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$A(x)$		$-$	0	$+$	

b)

x	$-\infty$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$B(x)$		$+$	0	$-$	

c)

x	$-\infty$		$+\infty$
$C(x)$		$+$	

d)

x	$-\infty$		$\frac{8}{7}$		$+\infty$
$D(x)$		$+$	0	$+$	

e)

x	$-\infty$		-9		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$-x - \frac{1}{4}$		$+$		$+$	0	$-$	
$x + 9$		$-$	0	$+$		$+$	
$E(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

f)

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$3 - x$		$+$		$+$	0	$-$	
$0,1x$		$-$	0	$+$		$+$	
$F(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

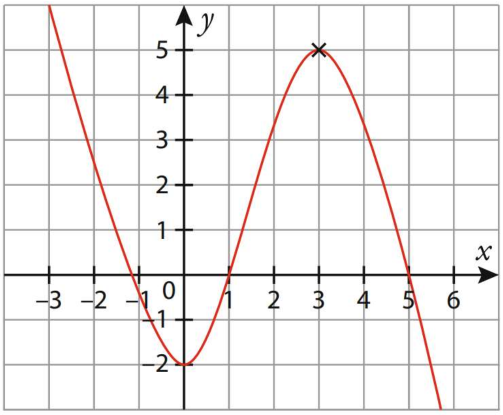
4 Décrire les variations de fonctions usuelles

1. La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.
2. La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

5 Réaliser un tableau de variations

x	-7		-5		2		10		14
Variations de f	6	↗	9	↘	1	↗	5	↘	0

6 Représenter une fonction



Activités

p. 120-121

1 Découvrir la fonction dérivée

- **Durée estimée :** 20 min
- **Objectif** : découvrir la fonction dérivée par construction géométrique point par point à l'aide de GeoGebra.

A ▶ Dérivée de la fonction carré

1. à **3.** Sur GeoGebra.

4. b) $y_A = f'(a)$

5. a)

a	−2	−1	−0,5	0	1,5	2,4	3
$f'(a)$	−4	−2	−1	0	3	4,8	6

c) On observe une droite passant par l'origine et de coefficient directeur 2, ce qui est la représentation graphique d'une fonction linéaire. On peut donc conjecturer que la fonction dérivée f' est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 2x$.

B ▶ Dérivée de la fonction cube

1. Sur GeoGebra.

2.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f'(a)$	27	12	3	0	3	12	27
$\frac{f'(a)}{3}$	9	4	1	0	1	4	9

3. On observe une parabole telle que $\frac{f'(x)}{3} = x^2$. Donc $f'(x) = 3x^2$.

4. $f'(x) = 15 \Leftrightarrow 3x^2 = 15 \Leftrightarrow x^2 = 5$
$\Leftrightarrow x = -\sqrt{5}$ ou $x = \sqrt{5}$.

2 Effectuer des opérations sur les dérivées

- **Durée estimée :** 15 min
- **Objectif :** conjecturer la dérivée d'une somme de fonctions et du produit d'une fonction par un réel.

1. Si $f(x) = u(x) + v(x)$, où u et v sont des fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, alors :
$f'(x) = u'(x) + v'(x)$.

2. Si $g(x) = k \times u(x)$, où k est un nombre réel et u une fonction, alors :
$u'(x) = k \times u'(x)$.

3 Établir un lien entre fonction f et fonction f'

- **Durée estimée :** 30 min
- **Objectif :** découvrir le lien entre le signe de la fonction dérivée f' et les variations de la fonction f.

A ▶ Conjecturer avec un logiciel de géométrie dynamique

1. Sur GeoGebra.

2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	5	1,5	−1	−2,5	−3	−2,5	−1	1,5	5
m	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4

3. a) Sur l'intervalle [0 ; 4], $f'(x)$ est négatif.
b) Sur l'intervalle [4 ; 8], $f'(x)$ est positif.

4. $f'(4) = 0$.

5. a)

x	0		4		8
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variation de f	5	↘	−3	↗	5

b) On peut observer que lorsque la fonction f est décroissante la fonction f' est négative et lorsque f est croissante la fonction f' est positive.

B ▶ Étude algébrique du signe de $f'(x)$

1. $f'(x) = 0{,}5 \times 2x - 4 \times 1 + 0 = x - 4$

2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

$f'(x)$ est donc strictement positif si et seulement si x est supérieur à 4. Cela signifie que $f'(x)$ est négatif si et seulement si x est inférieur à 4.

3. Cela correspond bien aux résultats trouvés dans la partie **A**.

4. $f'(x) = x - 4$ est une fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$ car son coefficient directeur est positif. $f''(x) = 1$. Donc le signe de $f''(x)$ est strictement positif sur $\mathbb{R}$ car 1 est un nombre positif.
f' croissante $\Leftrightarrow$ f'' positive
C'est donc bien le même lien qu'entre f et f'.

Exercices résolus

À vous de jouer

p. 123

1 **a)** $f'(x) = 0$ **b)** $g'(x) = -1$
c) $h'(x) = 1 + 2x$ **d)** $i'(x) = 0{,}6x^2$

2 **a)** $f'(x) = 2 \times 1 + 0 = 2$
b) $g'(x) = -2x + 5 \times 1 + 0 = -2x + 5$
c) $h'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 + 0 = x^2$
d) $i'(x) = 8{,}7 \times 2x = 17{,}4x$

3 **1.** $f'(x) = -6x$
2.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f		↗		↘	

4 **1.** $f'(x) = 0{,}5x - 6$
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 0{,}5x > 6$
$\Leftrightarrow x > 12$

x	0		12		20
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘	-43	↗	

Exercices résolution de problèmes

p. 124

5 Il faut trouver la valeur de x pour laquelle la fonction f atteint son minimum. Pour cela, il faut étudier les variations de la fonction f en s'aidant de sa dérivée f'.
f est dérivable sur [6 ; 18].
$f'(x) = 0{,}2x - 2{,}8$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}2x - 2{,}8 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2{,}8}{0{,}2}$
$\Leftrightarrow x > 14$

x	6		14		18
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘	3,4	↗	

Donc la hauteur dans le port est minimale à 14 h 00.

6 Il faut trouver la valeur de x pour laquelle la fonction g atteint son minimum.
Pour cela, il faut étudier les variations de la fonction g en s'aidant de sa dérivée g'.
g est dérivable sur [0 ; 10].
$g'(x) = 0{,}03x^2 - 0{,}18x = 0{,}03x(x - 6)$
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}03x = 0$ ou $x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$

x	0		6		10
$0{,}03x$	0	+		+	
$x - 6$		−	0	+	
Signe de $f'(x)$	0	−	0	+	
Variations de f		↘	0,92	↗	

Donc le taux est minimal en 2006 + 6 = 2012.

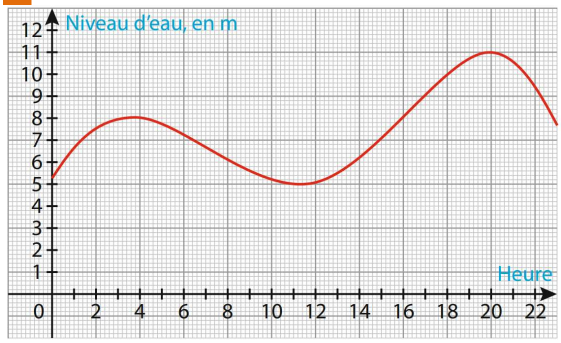
7 La droite D a pour coefficient directeur –1.
Des droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur. Et le coefficient directeur d'une droite tangente à la courbe C_f de la fonction f en un point d'abscisse x est égal à $f'(x)$.
Il faut donc trouver s'il existe des valeurs de x pour lesquelles $f'(x) = -1$.
$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$
Résolvons l'équation $f'(x) = -1$:
$3x^2 - 4x - 1 = -1$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 0$
$\Leftrightarrow x(3x - 4) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $3x - 4 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{4}{3}$
Cela signifie que la courbe C_f admet deux tangentes parallèles à D car les tangentes respectives à C_f aux points d'abscisses 0 et $\frac{4}{3}$ ont pour coefficient directeur –1
$\left(f'(0) = f'\left(\frac{4}{3}\right) = -1\right)$.

Exercices automatismes p. 125

Rituel 1

8 $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -4$

9



10 On obtient : $60 = \frac{15}{t} \Leftrightarrow t = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.
Donc son trajet a duré un quart d'heure, c'est-à-dire 15 minutes.

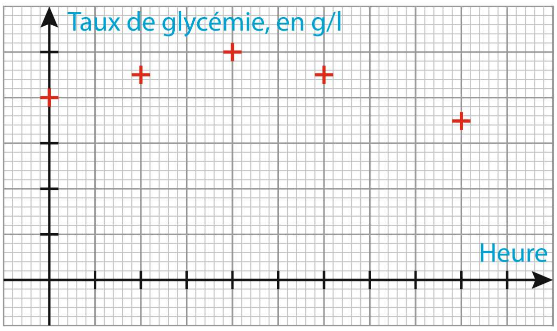
11 54,25

Rituel 2

12 $3x - 2 = -2x - 12$
$\Leftrightarrow 3x + 2x = -12 + 2 \Leftrightarrow 5x = -10$
$\Leftrightarrow x = -2.$
Donc la solution de l'équation est -2.

13 $\frac{15}{22} \times \frac{11}{5} = \frac{3 \times 5 \times 11}{2 \times 11 \times 5} = \frac{3}{2}$

14



1 carreau en abscisses correspond à 10 minutes.
1 carreau en ordonnées correspond à 0,2 g/L.

Rituel 3

15 $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) = 0$
$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \text{ ou } x + 5 = 0$
$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = -5.$

16 10 milliards de km = 10 $\times 10^9$ km = 10^{10}.
Or $1\,057 \times 10^7 = 1{,}057 \times 10^3 \times 10^7$
$\approx 1 \times 10^{10}$.
Donc son résultat est cohérent.

17 On observe sur le graphique que le seuil de 80 dB est atteint à 12 mètres. Il faut donc se placer à une distance minimale de 12 m de la scène.

Exercices d'entraînement p. 126-131

Je consolide mes acquis

18 Résolution d'inéquation

$-5x + 18 > 0$

$\Leftrightarrow -5x > -18$

$\Leftrightarrow x < \frac{-18}{-5}$

$\Leftrightarrow x < 3{,}6$

Donc $x \in]-\infty\,; 3{,}6[$.

19 Signe de $ax + b$

x	$-\infty$		$-1{,}5$		$+\infty$
Signe de $2x + 3$		$-$	0	$+$	

20 Signe de $(ax + b)(cx + d)$

x	$-\infty$		$-3{,}5$		9		$+\infty$
Signe de $x - 9$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $-2x - 7$		$+$	0	$-$		$-$	
Signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

21 Résolution d'inéquation

x	$-\infty$		-6		3		$+\infty$
-4		$-$		$-$		$-$	
Signe de $x - 3$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $x + 6$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty\,; -6[\cup]3\,; +\infty[$

22 Utiliser un tableau de variations

1. $f(5) > f(7)$ car f est décroissante sur [4 ; 10].
2. $f(0) > f(10)$ car $f(0) > 0$ et $f(10) = -2$.
3. Le minimum de f est –2. Il est atteint lorsque $x = 10$.
4. Le maximum de f sur [–2 ; 10] est 5 et il est atteint lorsque $x = 4$.

23 **Résolution de l'inéquation $x^2 < a$**

$x \in]-\sqrt{3}\,;\,\sqrt{3}[$

Questions de cours

24 **1.** $f'(x) = 2x$
2. $f'(x) = 3x^2$
3. $f'(x) = 1$

25 **1.** Si f est une fonction croissante sur un intervalle I alors sa fonction dérivée f' est positive sur I.
2. Si $f'(x) < 0$ pour tout réel x de I alors la fonction f est décroissante sur I.

26 **1.** $(u+v)'(x) = u'(x) + v'(x)$
2. $(ku)'(x) = k \times u'(x)$

Dériver une fonction

27 $f'(x) = 1{,}5$

28 $g'(x) = -240x$

29 $h'(x) = 75x^2$

30 $i'(x) = 1$

31 $j'(x) = 2x$

32 $l'(x) = 3x^2 + 4$

33 $m'(x) = 14x - 1$

34 $n'(x) = 3$

35 $o'(x) = -2x + 5$

36 $p'(x) = -9x^2 + 10x - 3$

37 **1.** $f'(x) = 15x^2 - 4$
2. $g'(x) = 2x + 7$
3. $f'(x) + g'(x) = 15x^2 + 2x + 3.$
4. $h(x) = 5x^3 + x^2 + 3x - 8.$
5. $h'(x) = 15x^2 + 2x + 3.$
Donc $h'(x) = f'(x) + g'(x).$

38 **1.** $f'(x) = 9x^2 - 4x + 1$
2. $h'(x) = -5 \times f'(x) = -45x^2 + 20x - 5$

39 **a)** $f'(x) = \frac{1}{5}$
b) $f'(x) = \frac{8x}{3}$
c) $f'(x) = \frac{-3x^2}{7}$

40 **a)** $f'(x) = \frac{20x^3}{7} - 2x^2 + 1$
b) $g'(x) = \frac{2x+1}{2}$
c) $h'(x) = \frac{3}{5}$

41 $f(x) = 2x^2 - 7x.$ Donc $f'(x) = 4x - 7.$

42 $g(x) = 4x^2 - x^3 + 4 - x.$
Donc $g'(x) = -3x^2 + 8x - 1.$

43 $h(x) = \frac{16x^2 + 72 \quad + 81}{6}$

Donc $h'(x) = \frac{32 \quad + 72x}{6} = \frac{16}{3}x + 12.$

44 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -10t.$ Donc $\mathrm{d}y = (-10t)\mathrm{d}t.$

Étudier les variations d'une fonction

45 **1.** $f'(x) = 4x + 8$
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x + 8 > 0 \Leftrightarrow 4x > -8$
$\Leftrightarrow x > -2.$
Donc $f'(x)$ est strictement positif si et seulement si $x > -2.$

x	-10		-2		6
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		↘	-11	↗	

46 **1.** $f'(x) = -2x + 8$
2. et **3.** $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 8 > 0$
$\Leftrightarrow x < 4$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗	3	↘	

47 **1.** $f'(x) = -6x$
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -6x > 0 \Leftrightarrow x < 0.$
Donc $f'(x)$ est strictement positif si et seulement si $x < 0.$
3.

x	-5		0		5
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗	1	↘	

48 **1.** $f'(x) = -6x^2$
2. x^2 est strictement positif pour tout réel x non nul et –6 est un nombre négatif. Donc $f'(x)$ est strictement négatif pour tout réel x non nul.

3.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$-$	
Variations de f			↘		

49 **1.** $g'(x) = 3x^2$

2. x^2 est strictement positif pour tout réel x non nul et 3 est un nombre positif.
Donc $g'(x)$ est strictement positif pour tout réel x non nul.

3.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$+$	0	$+$	
Variations de g			↗		

50 **1.** $h'(x) = -15x^2 - 1$

2. x^2 est positif pour tout réel x et -15 est un nombre négatif, donc $-15x^2$ est négatif. Si on soustrait 1 à un résultat négatif on obtient un résultat strictement négatif.
Donc $h'(x)$ est strictement négatif pour tout réel x.

3.

x	0		1
Signe de $h'(x)$		$-$	
Variations de h		↘	

51 **1.** $f'(x) = -\frac{1}{5} \times 2x - 1 = -\frac{2}{5}x - 1$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x > 1$

$\Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$.

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗	$\frac{17}{4}$	↘	

2. $g'(x) = 5 \times 2x - \frac{3}{4} = 10x - \frac{3}{4}$.

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow 10x - \frac{3}{4} > 0 \Leftrightarrow 10x > \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow x > \frac{3}{40}$.

x	$-\infty$		$\frac{3}{40}$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g		↘	$\approx -9{,}03$	↗	

52 **Esprit critique**

L'élève a étudié le signe de la fonction g au lieu d'étudier le signe de la fonction dérivée g'. On ne peut pas déduire les variations de g à partir du signe de g.
En effet, $g'(x) = 3$ est positif sur $\mathbb{R}$, donc aussi sur l'intervalle $[0\,;9]$. Donc, d'après le théorème principal du cours, on en déduit que la fonction g est croissante sur $[0\,;9]$, ce qui ne correspond pas au tableau de variations de l'élève. On aurait aussi pu dire que g est une fonction affine de coefficient directeur positif, donc g est croissante sur $\mathbb{R}$.

Le travail d'analyse d'un raisonnement déjà rédigé permet à l'élève de prendre du recul par rapport à l'articulation de son propre raisonnement.

53 **1.** $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$
Or $(x+1)(3x-9) = 3x^2 - 9x + 3x - 9$
$= 3x^2 - 6x - 9 \; = f'(x)$

2. et **3.** $x + 1 > 0 \Leftrightarrow \; x > -1$
et $3x - 9 > 0 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x-9$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↗	12	↘	-20	↗	

54 **1.** $f'(x) = x^2 - 4x + 4$

2. On remarque que $f'(x) = (x-2)^2$.
Donc $f'(x) = 0$ lorsque $x = 2$, et $f'(x)$ est strictement positif pour tous les autres réels.

3.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$+$	
Variations de f			↗		

55 **1.** $f'(x) = -6x^2 + 25x - 4$
Or $(-6x + 1)(x - 4)$
$= -6x^2 + 24x + x - 4$
$= -6x^2 + 25x - 4 = f'(x)$.
2. $-6x + 1 > 0 \Leftrightarrow -6x > -1$
$\Leftrightarrow x < \dfrac{1}{6}$
et $x - 4 > 0 \;\Leftrightarrow\; x > 4$.

x	0		$\frac{1}{6}$		4		10
$-6x+1$		+	0	−		−	
$x-4$		−		−	0	+	
Signe de $f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f	−1	↘	−1,3	↗	55	↘	−791

56 $f'(x) = -2 \times 3x^2 + 6 \times 2x$
$= -6x^2 + 12x = x(-6x + 12)$
$= 6x(-x + 2)$
$6x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ et $-x + 2 > 0$
$\Leftrightarrow -x > -2 \Leftrightarrow x < 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$6x$		−	0	+		+	
$-x+2$		+		+	0	−	
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f		↘	−1	↗	7	↘	

57 **1.** $f'(x) = -x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$
2. Le logiciel donne les informations suivantes :
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = \frac{1}{2} = 0{,}5$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -3 < x < \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f		↘		↗		↘	

58 **1.** $f'(x) = 3x^2 - 19x - 14$.
2. `resoudre(3x²-19x-14=0)`
donne $x = -\frac{2}{3}$ ou $x = 7$.
`resoudre(3x²-19x-14>0)`
donne $x < -\frac{2}{3}$ ou $x > 7$.

3.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		7		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
Variations de f		↗		↘		↗	

59 **1.** $f'(t) = 0{,}06t^2 - 0{,}96t + 2{,}88$
Or $(0{,}06t - 0{,}24)(t - 12)$
$= 0{,}06t^2 - 0{,}72t - 0{,}24t + 2{,}88$
$= 0{,}06t^2 - 0{,}96t + 2{,}88 = f'(t)$
2.

t	0		4		12
$0,06t - 0,24$		−	0	+	
$t - 12$		−		−	0
$f'(t)$		+	0	−	0
Variations de f		↗		↘	

3. La quantité de substance présente dans le sang commence à diminuer au bout de 4 heures.

60 $f'(x) = -1{,}5x^2 + 18x = x(-1{,}5x + 18)$
x est toujours positif sur [0 ; 18]
et $-1{,}5x + 18 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{-18}{-1{,}5} \Leftrightarrow x < 12$.
Donc :

x	0		12		18
x		+		+	
$-1,5x + 18$		+	0	−	
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f	0	↗	432	↘	0

Le nombre de personnes malades croît pendant 12 jours pour atteindre un maximum de 432 000 malades le 12e jour, puis décroît jusqu'au 18e jour de l'épidémie.

61 **a)** Si $f(x) = 2x^3 - x$,
alors $f'(x) = 6x^2 - 1$.
Donc l'affirmation **a)** est fausse.
b) $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 6x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{6}$.
Cela signifie que $f'(x)$ est strictement négatif lorsque $x \in \left]-\infty\,;\,\frac{1}{6}\right[$. Donc f est strictement décroissante sur $\left]-\infty\,;\,\frac{1}{6}\right[$. On peut donc dire que f est décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$.

Déterminer le coefficient directeur d'une tangente

62 **1.** Pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2 - 1$.
2. $f'(0) = 3 \times 0^2 - 1 = -1$.
Donc le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 est égal à -1.

63 Pour tout réel x, $f'(x) = 2x + 1$.
Donc $f'(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$.
Donc le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est 3.

64 Pour tout réel x, $f'(x) = 2x - 2$.
Donc $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$.
Le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est égal à 0 : cela signifie que la tangente en ce point est horizontale.

65 Soit f la fonction définie par $f(x) = 0{,}4x^2 - 2x + 1$, dont la courbe représentative est la parabole.
Alors $f'(x) = 0{,}8x - 2$.
Donc $f'(4) = 0{,}8 \times 4 - 2 = 1{,}2$.
Le coefficient directeur de la droite D est donc égal à 1,2.

66 **1.** $f'(x) = 12x^2 - 4x$
2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 4x = 0$
$\Leftrightarrow 4x(3x - 1) = 0$
$\Leftrightarrow 4x = 0 \text{ ou } 3x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{3}$.
3. Donc la courbe C_f a deux tangentes « horizontales », c'est-à-dire de coefficient directeur 0 : une au point d'abscisse 0 et une au point d'abscisse $\frac{1}{3}$.

67 **1.** D'après les indications de l'énoncé on a $g(0) = -5$ et $g'(0) = -1$.
Comme $g(x) = ax^2 + bx + c$,
alors $g'(x) = 2ax + b$.
$g(0) = -5 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -5$
$\Leftrightarrow c = -5$.
$g'(0) = -1 \Leftrightarrow 2a \times 0 + b = -1 \Leftrightarrow b = -1$.
Donc $g(x) = ax^2 - x - 5$
2. $g(5) = 10 \Leftrightarrow a \times 5^2 - 5 - 5 = 10$
$\Leftrightarrow 25a - 10 = 10 \Leftrightarrow 25a = 20$
$\Leftrightarrow a = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$.
3. Donc $g(x) = 0{,}8x^2 - x - 5$.

Lien entre la fonction *f* et sa dérivée *f'*

68 **1.** f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 2]$ et croissante sur $[2\ ;\ +\infty[$.
2. D'après le théorème du cours, le signe de f' dépend du sens de variation de f. Comme f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 2]$ alors f' est négatif sur $]-\infty\ ;\ 2]$.
Comme f est croissante sur $[2\ ;\ +\infty[$ alors f' est positif sur $[2\ ;\ +\infty[$.

69 Le signe de f_2' (positif sur $]-\infty\ ;\ -1]$, négatif sur $[-1\ ;\ 1]$ et positif sur $[1\ ;\ +\infty[$) correspond aux variations de f (croissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$, décroissante sur $[-1\ ;\ 1]$ et croissante sur $[1\ ;\ +\infty[$).
Donc la fonction qui pourrait être la dérivée de f est f_2'.

70 Non. Par exemple, sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, la fonction g est positive, donc la fonction f devrait être croissante sur cet intervalle, ce qui n'est pas le cas.

71 Par lecture graphique on a :

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↘		↗		↘		↗	

La fonction dont les variations sont compatibles avec le signe de f' est la fonction f_3.

72 Le minimum de la fonction f' sur $\mathbb{R}$ est égal à 5.
Donc, pour tout réel x, $f'(x)$ est strictement positif.
La fonction f est donc strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

73 Le maximum de g' sur $[0\ ;\ +\infty[$ est égal à 0.
Donc la fonction g' est négative sur $[0\ ;\ +\infty[$.
La fonction f est donc décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

74 $f'(x) = 2x + p$
$f'(1) = 3 \Leftrightarrow 2 \times 1 + p = 3 \Leftrightarrow p = 1$
$f(2) = 0 \Leftrightarrow 2^2 + p \times 2 + q = 0 \Leftrightarrow$
$q = -4 - 2p \Leftrightarrow q = -6$

Déterminer un extremum

75 **1.** $f'(x) = -2x + 3$

2.

x	$-\infty$		1,5		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗		↘	

3. La fonction a un maximum en 1,5.
Il vaut $f(1{,}5) = -1{,}5^2 + 3 \times 1{,}5 + 1 = 3{,}25$.
4. La fonction n'a pas de valeur minimum sur $\mathbb{R}$.

76 **1.** $f'(x) = 3x^2 - 12$.
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 > 0$
$\Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow x > 2$ car x est positif.

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		↘		↗	

3. La valeur minimale de f est :
$f(2) = 2^3 - 12 \times 2 - 5 = -21$.

77 **1.** $f'(x) = -6x^2 + 42x + 264$

```
resoudre(-6x²+42x+264>0)
                    list[((x>-4) and (x<11))]
```

Le logiciel de calcul formel donne :
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 11$.

x	$-\infty$		-4		11		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f		↘		↗		↘	

2. Sur l'intervalle [0 ; +∞[la fonction f atteint un maximum lorsque $x = 11$, car f est croissante sur [0 ; 11] puis décroissante sur [11 ; +∞[.
Ce maximum vaut :
$f(11) = -2 \times 11^3 + 21 \times 11^2 + 264 \times 11 - 2\,700$
$= 83$

78 **1.** $f'(x) = -4x + p$
2. Si f atteint son maximum en 1, alors $f'(1) = 0$,
c'est-à-dire $-4 \times 1 + p = 0 \Leftrightarrow p = 4$.

Modélisation

79 **1.** $P'(I) = 0{,}6I - 2{,}4$.
Or $0{,}6I - 2{,}4 = 0 \Leftrightarrow 0{,}6I = 2{,}4$
$\Leftrightarrow I = \frac{2{,}4}{0{,}6} = 4$. On a donc :

I	1		4		5
$P'(I)$		$-$	0	$+$	
Variations de P		↘		↗	

La puissance dissipée est donc minimale lorsque l'intensité est égale à 4 Ampères.

2. $P'(I) = 0{,}6I - 3$. Or $0{,}6I - 3 = 0$
$\Leftrightarrow 0{,}6I = 3 \Leftrightarrow I = \frac{3}{0{,}6} = 5$. On a donc :

I	1		4,5
$P'(I)$		$-$	
Variations de P		↘	

La puissance dissipée est donc minimale lorsque l'intensité est égale à 4,5 Ampères.

80 **1.** $C(50) = 2\,500$, donc le coût de production de 50 vases est 2 500 €. La recette est de 50 € par vase, donc elle est égale à 2 500 €.
2. $R(x) = 50x$.
3. a) $B(x) = 50x - (x^2 - 10x + 500)$.
Donc $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.
Or $-(x - 10)(x - 50)$
$= -(x^2 - 10x - 50x + 500$
$= -x^2 + 60x - 500 = B(x)$.
b)

x	0		10		50		60
$-x + 10$		+	0	−		−	
$x - 50$		−		−	0	+	
$B(x)$		−	0	+	0	−	

Le bénéfice est positif lorsque l'artisan produit et vend entre 10 et 50 vases.
4. a) $B'(x) = -2x + 60$
b) $B'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 60 > 0 \Leftrightarrow x < 30$

x	0		30		60
Signe de $B'(x)$		+	0	−	
Variations de B		↗		↘	

L'artisan doit produire 30 vases afin de réaliser un bénéfice maximum.

81 **1.** $f(0{,}5) = 3{,}145$.
Donc le coût moyen de fabrication d'un masque est de 3,145 € pour une production de 0,5 million de masques.
2. $f'(x) = x - 3$

x	0		3		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		↘		↗	

Il faut produire 3 millions de masques pour avoir un coût moyen de fabrication minimal.
3. Ce coût moyen de fabrication minimal est égal 0,02 € car $f(3) = 0{,}02$.

82 $f'(x) = 0{,}24x^2 - 0{,}94x + 0{,}57$.
Avec un logiciel de calcul formel on obtient :
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{4}$ ou $x > \frac{19}{6}$.

x	0		$\frac{3}{4}$		$\frac{19}{6}$		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	16,25	↗	16,45	↘	15,88	↗	16,13

Donc le nombre de personnes en emploi est maximal lorsque $x = \frac{3}{4}$, c'est-à-dire au 1er octobre 2007.

83 **1.** $f'(x) = x^2 - 6x + 8$
Or $(x-2)(x-4) = x^2 - 4x - 2x + 8$
$= x^2 - 6x + 8 = f'(x)$
2. $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$; $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

x	0		2		4
$x-2$		$-$	0	$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
Variations de f		↗		↘	

Sur l'intervalle [0 ; 2] le bénéfice journalier est croissant.
3. La fonction f est décroissante sur l'intervalle [2 ; 3], donc le bénéfice journalier va diminuer pour chaque litre supplémentaire produit et vendu entre 2 000 et 3 000 litres.

84 $f'(x) = -0{,}02x + 0{,}4$.
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -0{,}02x + 0{,}4 > 0$
$\Leftrightarrow x < \dfrac{-0{,}4}{-0{,}02} \Leftrightarrow x < 20$

x	0		20		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗		↘	

a) L'affirmation est vraie car la fonction est croissante sur l'intervalle [0 ; 20].
b) $f'(20) = 0$ et $f'(10) = 0{,}2$, donc l'affirmation est fausse.

85 $f'(x) = 3x^2 - 18x + 27 = 3(x-3)^2$
Donc $f'(x)$ est positif pour tout réel x.
f est donc croissante sur $\mathbb{R}$. Ainsi la population d'abeilles va croître au-delà des trois premières années.

86 **1.** $f'(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}6x - 1{,}92$
2. À l'aide du logiciel Xcas on obtient :
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4 < x < 16$.
On a donc :

x	0		4		16		24
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	25,1	↘	21,58	↗	30,22	↘	13,58

3. Le maximum de la fonction est 30,22. Donc la température n'atteint jamais 31 °C. Il n'y aura pas de déclaration de « vigilance jaune canicule ».
4. Sur le tableur de la calculatrice, on constate que la température dépasse 30 °C entre 15 h et 17 h.

87 **1.** $f(0) = 10{,}5$. Donc l'œuvre a été vendue 10 500 € en 2010.
2. a) $f'(x) = 0{,}2x^2 - 2x + 3{,}2$
Or $0{,}2(x-2)(x-8) = 0{,}2(x^2 - 10x + 16)$
$= f'(x)$.
b)

x	0		2		8		12
0,2		$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	10,5	↗	13,43	↘	6,233	↗	20,1

D'après le tableau précédent, son prix a été minimal en 2018.
c) Ce prix minimal est égal à 6 233 €.

À chacun son rythme

L'énoncé A détaille les étapes du raisonnement pour étudier un maximum.
L'énoncé B pose directement la question du maximum sans étape.
L'énoncé C propose de déterminer l'équation de la trajectoire du ballon à partir des conditions initiales.

88 Énoncé A

1. $f'(x) = -0{,}8x + 2{,}5$

2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -0{,}8x > -2{,}5 \Leftrightarrow x < 3{,}125$

x	0		3,125		5,8
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
Variations de f		↗	5,912	↘	

3. La hauteur maximale atteinte par le ballon est d'environ 5,9 m.

Énoncé B

1. $g'(x) = -\frac{8}{9}x + \frac{25}{9}$. $g'(x) > 0 \Leftrightarrow x < \frac{25}{8}$

x	0		$\frac{25}{8}$		5,8
Signe de $g'(x)$		+	0	−	
Variations de g		↗	6,23	↘	

Le ballon atteint sa hauteur maximale à 3,125 m du joueur.

2. $g(5{,}8) = 3{,}05$, donc le joueur va atteindre le panier.

Énoncé C

Le joueur a réussi à marquer le panier signifie que $h(5{,}8) = 3{,}05$.

$h(x) = ax^2 + bx + c$, donc $h'(x) = 2ax + b$.
$h'(0) = 2{,}1 \Leftrightarrow 2a \times 0 + b = 2{,}1 \Leftrightarrow b = 2{,}1$
$h(0) = 1{,}8 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 1{,}8$
$\Leftrightarrow c = 1{,}8$
$h(5{,}8) = 3{,}05$
$\Leftrightarrow a \times 5{,}8^2 + 2{,}1 \times 5{,}8 + 1{,}8 = 3{,}05$
$\Leftrightarrow 33{,}64a + 13{,}98 = 3{,}05$
$\Leftrightarrow a \approx -0{,}325$.
Donc la fonction h est définie sur [0 ; 5,8] par $h(x) = -0{,}325x^2 + 2{,}1x + 1{,}8$.

Exercices de synthèse

p. 132

89 Fonction et dérivée

1. b **2. e** **3. c**
4. f **5. a** **6. d**

90 Vrai ou faux ?

a) Vrai car f est décroissante sur]–∞ ; –5].
b) Faux car le minimum de f est 0.
c) Vrai car f est croissante sur [–5 ; +∞[.
d) Faux car la fonction est décroissante sur]–∞ ; –5] et croissante sur [–5 ; +∞[.
e) Vrai, ce minimum est 0.
f) Vrai car le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est 0.
g) Vrai car [0 ; +∞[⊂ [–5 ; +∞[.

91 Variations de population

1. $f(0) = 380$; $f(134) = 283{,}52$;
Il y avait donc 380 000 habitants en Mayenne en 1866 et 283 520 en 2000.

2. $f'(x) = 0{,}04x - 3{,}4$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}04x > 3{,}4 \Leftrightarrow x > 85$

x	0		85		140
$f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘	235,5	↗	

C'est en 1951 (1866 + 85) que le nombre d'habitants en Mayenne est le plus bas.

3. La population décroît entre 1866 et 1951, puis augmente jusqu'en 2006.

4. 2040 = 1866 + 174.
$f(174) = 393{,}92$
On peut donc prévoir qu'il y aura 393 920 habitants en Mayenne en 2040.

92 Chiffre d'affaires – Coût = Bénéfices

1. $A(x) = 480x$
$A(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

2. $B(x) = A(x) - C(x)$

$$B(x) = 480x - \left(-\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x\right)$$

$$B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$$

3. a) $B'(x) = x^2 - 44x + 384$
$(x - 12)(x - 32) = x^2 - 12x - 32x + 384$
$= B'(x)$

b)

x	0		12		30
$x-12$		$-$	0	$+$	
$x-32$		$-$		$-$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de B	0	↗	2 016	↘	720

4. Le bénéfice est maximal lorsque l'entreprise produit et vend 12 000 tablettes.
Ce bénéfice est alors égal à 2 016 000 €.

93 Courbe représentative de la dérivée

1. et **2.**

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f		↘		↗		↘	

3. D'après le graphique, $f'(2) = 1$.
Donc la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour coefficient directeur 1.

94 Paramètre

1. Pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2 + 2mx$.
Pour que la tangente en -1 soit « horizontale » il faut que $f'(-1) = 0$, c'est-à-dire
$3 \times (-1)^2 + 2m \times (-1) = 0$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

2. $f'(x) = 3x^2 + 3x = 3x(x+1)$.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↗	8,5	↘	8	↗	

$f(-1{,}5) = 8$ et $f(0) = 8$

3. D'après le tableau de variations ci-dessus le minimum de f sur $[-1{,}5\,; +\infty[$ est donc bien égal à 8.

Exercices d'approfondissement

p. 133-134

95 Coût marginal et coût moyen minimum

1. $C_T'(q) = 3q^2 - 24q + 60$

$$3(q-4)^2 + 12 = 3(q^2 - 8q + 16) + 12 = 3q^2 - 24q + 48 + 12 = C_T'(q)$$

2. $(q-4)^2$ est positif quel que soit le réel q, donc $C_T'(q)$ est positive sur $\mathbb{R}$.
La fonction C_T est donc croissante sur [0 ; 10].

3. a) $C_M(4) = \frac{C_T(4)}{4} = \frac{112}{4} = 28$.
Si l'entreprise fabrique 4 tonnes de produit, le coût moyen par tonne est égal à 28 000 euros.
b) $C_M(q) = q^2 - 12q + 60$
c) $C_M'(q) = 2q - 12$
Donc $C_M'(q) > 0 \Leftrightarrow 2q - 12 > 0 \Leftrightarrow q > 6$

q	0		6		10
$C_M'(q)$		$-$	0	$+$	
Variations de C_M		↘	24	↗	

Le coût moyen est donc minimal lorsque l'entreprise fabrique 6 tonnes de produit.

4. $C_m(q) = 3q^2 - 24q + 60$

5. $3q^2 - 24q + 60 = q^2 - 12q + 60$
$\Leftrightarrow 2q^2 - 12q = 0$
$\Leftrightarrow 2q(q-6) = 0$
$\Leftrightarrow q = 0$ ou $q = 6$
Donc, sur l'intervalle]0 ; 10], l'équation a pour solution $q = 6$.

6. D'après la question précédente, on remarque que le coût moyen et le coût marginal sont égaux pour une fabrication de 6 tonnes de produit.
Or, d'après la question **1. b)**, le coût moyen est minimal pour une telle quantité fabriquée. Donc l'affirmation est vraie.

96 Courbe de tendance polynomiale

1. $y = -x^3 + 45{,}75x^2 - 666x + 3\,157$

2. $f'(t) = -3t^2 + 91{,}5t - 666$.
D'autre part :
$(-3t+36)(t-18{,}5) = -3t^2 + 55{,}5t + 36t - 666$.
Donc on a $f'(t) = (-3t+36)(t-18{,}5)$.
$-3t + 36 \geq 0 \Leftrightarrow -3t \geq -36 \Leftrightarrow t \leq 12$
$t - 18{,}5 \geq 0 \Leftrightarrow t \geq 18{,}5$

t	10		12		18,5		20
$-3t+36$		$+$	0	$-$		$-$	
$t-18,5$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	72	↘	25	↗	162,3	↘	137

C'est à 18 h 30 qu'il aura le maximum de clients, donc, même si le nombre de clients diminue après, il reste encore beaucoup de clients entre 18 h 30 et 20 h 00. C'est donc intéressant de rester ouvert.

97 Choisir le bon schéma

1 litre = 1 dm^3. Les dimensions de la brique seront donc calculées en dm. x est la largeur, L la longueur et h la hauteur. Le volume d'un pavé droit est V = L × x × h.
Or, dans cette situation, on a $L = 2x$ et $V = 1$, donc $h = \frac{1}{2x^2}$.
Par ailleurs, l'aire de la surface d'un pavé droit est :

$$S = 2(Lx + hx + hL) = 2\left(2x^2 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 4x^2 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x} = 4x^2 + \frac{3}{x}$$

Donc, à l'aide d'un logiciel de calcul formel, on trouve $S'(x) = 8x - \frac{3}{x^2}$,

puis $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{3}{8}} \approx 0{,}721$

et $S'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \sqrt[3]{\frac{3}{8}}$.

On a donc le tableau suivant :

x	0		0,72		$+\infty$
$S'(x)$		$-$		$+$	
Variations de S		↘		↗	

La surface est minimale pour une largeur de 0,72 dm, c'est-à-dire 7,2 cm.
On en déduit une longueur de 14,4 cm et une hauteur de 9,6 cm.

98 Dérivée d'un produit de fonctions

1. $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 1$.
Donc $u'(x) \times v'(x) = 2x$.
2. a) $g(x) = x^2 \times x = x^3$
b) $g'(x) = 3x^2$
3. Faux, d'après les questions précédentes.
4. a) $f'(x) = 3x^2(1-5x) + (-5) \times x^3$
$= 3x^2 - 15x^3 - 5x^3 = 3x^2 - 20x^3$.
b) $h'(x) = 2x \times (7x^2 - 2x + 9)$
$+(14x-2)(x^2-11)$
$= 28x^3 - 6x^2 - 136x + 22$.

99 Distance minimale

$\mathrm{AM}^2 = (x-4)^2 + (0{,}5x-5)^2$
$\mathrm{AM}^2 = x^2 - 8x + 16 + 0{,}25x^2 - 5x + 25$
$\mathrm{AM}^2 = 1{,}25x^2 - 13x + 41$
On pose $f(x) = 1{,}25x^2 - 13x + 41$.
On a alors $f'(x) = 2{,}5x - 13$.
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2{,}5x - 13 > 0 \Leftrightarrow x > 5{,}2$.

x	0		5,2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		↘	7,2	↗	

La distance AM est minimale lorsque $f(x)$ est minimale, c'est-à-dire lorsque $x = 5{,}2$. Le point M a donc pour coordonnées (5,2 ; 2,6).

100 Polynôme de degré 4

Avec Xcas on trouve :
$f'(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = 1$ ou $x = -3$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$ ou $x > 5$

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↘		↗		↘		↗	

101 Fonction inconnue

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des réels. On sait que $f(0) = 0$ donc $d = 0$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$:
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
On sait que $f'(0) = 5$ donc $c = 5$.
On sait aussi que $f'(-1) = 0$ et $f'(5) = 0$.
a et b vérifient donc le système suivant :

$$\begin{cases} 3a - 2b + 5 = 0 \\ 75a + 10b + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1{,}5a + 2{,}5 \\ 75a + 10(1{,}5a + 2{,}5) + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1{,}5a + 2{,}5 \\ 90a + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1{,}5a + 2{,}5 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

La fonction f est donc définie par :
$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x$.

Vers les maths complémentaires

102 Calcul d'aire

1. Plus le nombre t augmente, plus l'aire du domaine orange délimité par la droite d'équation $x = t$ augmente. Donc la fonction f est croissante.

2. $h(0) = 0$

$h'(t) = -t^2 + 4t = g(t)$

3. L'aire du domaine orange lorsque $t = 4$ est donc égale à $h(4)$.

Or $h(4) = -\frac{4^3}{3} + 2 \times 4^2 = \frac{32}{3} \approx 10{,}67$ u. a.

103 Dérivée de la fonction inverse

1. Par lecture graphique des coefficients directeurs de tangente on obtient :

$f'(-2) = -\frac{1}{4}$; $f'(1) = -1$; $f'(3) = -\frac{1}{9}$.

2. On remarque que $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

104 Dérivée seconde

1. a) $f'(x) = 96x^2 - 192x + 120$.

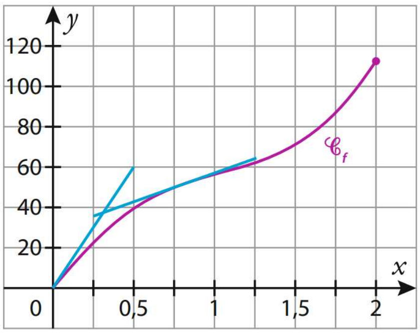
Donc $f'(0) = 120$. À 10 h 00 l'automobiliste roulait donc à 120 km/h.

Voir le graphique ci-dessous.

b) $f'(0{,}75) = 30$. À 10 h 45 l'automobiliste roulait donc à 30 km/h.

Voir le graphique ci-dessous.

c) La vitesse semble diminuer tout au long de la première heure, puis augmenter tout au long de la deuxième heure. Ainsi, il semble que ce soit à 11 h que l'automobiliste atteint sa vitesse minimale.



2. a) $f''(x) = 192x - 192$

b) $192x - 192 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. On a donc :

x	0		1		2
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f'		↘	24	↗	

c) Sa vitesse minimale est donc de 24 km/h.

105 Équations du 3e degré

1. $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$3(x-3)(x+1) = 3(x^2 - 2x - 3) = f'(x)$

2.

x	-2		-1		3		5
3		$+$		$+$		$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

f est donc croissante sur [–2 ; 1] et sur [3 ; 5] et décroissante sur [–1 ; 3]. De plus,

$f(-2) = -2$; $f(-1) = 5$;

$f(3) = -27$ et $f(5) = 5$.

3. La fonction passe trois fois par le nombre 0 car elle « monte » d'abord de –2 jusqu'à 5 (en passant une première fois par 0), puis « redescend » jusqu'à –27 (en repassant par 0) et enfin « remonte » jusqu'à 5 (en repassant une troisième fois par 0).

L'équation $f(x) = 0$ admet donc trois solutions sur [–2 ; 5]

4. Si $k > 5$, l'équation $f(x) = k$ n'admet aucune solution sur [–2 ; 5] car 5 est le maximum de la fonction sur [–2 ; 5].

Si $k = 5$, l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions $x = -1$ et $x = 5$ sur [–2 ; 5].

Si $-2 \leq k < 5$, l'équation $f(x) = k$ admet trois solutions sur [–2 ; 5].

Si $-27 < k < -2$, l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions sur [–2 ; 5].

Si $k = -27$, l'équation $f(x) = k$ admet une solution $x = 3$ sur [–2 ; 5].

Si $k < -27$, l'équation $f(x) = k$ n'admet aucune solution sur [–2 ; 5] car -27 est le minimum de la fonction sur [–2 ; 5].

Préparer le contrôle

Je me teste

p. 136

Objectif 1 Dériver une fonction

106 C **107** C et D **108** D

Objectif 2 Étudier les variations d'une fonction

109 A et C **110** C **111** B et D

112 A, B et C

Objectif 3 Déterminer un extremum

113 A et D **114** C et D **115** B et C
116 A

Préparer le contrôle

Je m'entraîne

p. 137

Objectif 1 Dériver une fonction

117 $f'(x) = 3x^2 - 3$

118 $g'(x) = \frac{5}{7}(2x + 2)$

119 $f(x) = \frac{3x^2 - 21x}{2} = 1{,}5x^2 - 10{,}5x$
$f'(x) = 3x - 10{,}5$

Objectif 2 Étudier les variations d'une fonction

120 1. $f'(x) = x + 1$
2. $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$.
$f'(x)$ est positif si et seulement si $x \in [-1 ; +\infty[$ et négatif si et seulement si $x \in]-\infty ; -1]$.
3. La fonction f est donc décroissante sur $]-\infty ; -1]$ et croissante sur $[-1 ; +\infty[$.

121 1. $f'(x) = -x^2 + 6x - 8$
$(2 - x)(x - 4) = 2x - 8 - x^2 + 4x$
$= f'(x)$
2.

x	-1		2		4		5
$2 - x$		$+$	0	$-$		$-$	
$x - 4$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	11,3	↘	−6,7	↗	−5,3	↘	−6,7

122

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f		↘		↗		↘	

123 $f'(x) = 3x^2 - 18x = 3x(x - 6)$

x	$-\infty$		0		6		$+\infty$
$3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 6$		$-$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de g		↗	20	↘	−88	↗	

Objectif 3 Déterminer un extremum

124 1. $f'(x) = -0{,}2x - 1$
2. $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -0{,}2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -5$

x	-10		-5		1
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗	4,5	↘	

3. Le maximum de f est égal à
$f(-5) = -0{,}1 \times (-5)^2 - (-5) + 2 = 4{,}5$.

125 $f'(x) = 1{,}12x - 17{,}92$
$1{,}12x - 17{,}92 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 16$

x	13		16		20
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	84,04	↘	79	↗	87,96

1. La consommation est minimale à 16 h 00.
2. La consommation est maximale à 20 h 00.

126 1. $f'(t) = -3t^2 + 21t + 11{,}25$
$-3(t + 0{,}5)(t - 7{,}5) = -3(t^2 - 7t - 3{,}75)$
$= f'(t)$
2. $t + 0{,}5 > 0 \Leftrightarrow t > -0{,}5$
$t - 7{,}5 \geq 0 \Leftrightarrow t \geq 7{,}5$

t	0		$7{,}5$		11
-3		$-$		$-$	
$t + 0{,}5$		$+$		$+$	
$t - 7{,}5$		$-$	0	$+$	
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	0	↗	253,125	↘	63,25

C'est donc au milieu du 7e jour que le pic épidémique a été atteint. Il y avait alors 253 125 personnes malades.